

# 化学分析中 不确定度的评估

鄢国强  
2007.12.07

说明：本讲义参考了2007年7月12日~13日在北京召开的2007年APLAC同行评审见证工作沟通会议上施昌彦先生的报告《实验室认可对不确定度与量值溯源的要求》。

# 一、误差、允差、准确度与不确定度

(一) 测量误差、准确度与不确定度

(二) 示值误差、允差与不确定度

# (一) 测量误差、准确度与不确定度

## 1、用不确定度评估来代替误差评定的原因

用传统方法对测量结果进行误差评估主要遇到两方面的问题：

### (1) 逻辑概念上的问题

真值无法得到，因此严格意义上的误差也无法得到，能得到的只是误差的估计值。误差的概念只能用于已知约定真值的情况。

### (2) 评估方法问题

由于随机误差和系统误差是两个性质不同的量，前者用标准偏差表示，后者则用可能产生的最大误差来表示，在数学上无法解决两者之间的合成方法问题。不仅各国之间不一致，在不同领域中采用的方法也不完全相同。

## 2、测量不确定度评估与表示的应用范围

- (1)建立国家基准、计量标准及其国际比对；
- (2)标准物质、标准参考数据；
- (3)测量方法、检定规程、检定系统和校准规范等；
- (4)科学研究和工程领域的测量；
- (5)计量认证、计量确认、质量认证以及实验室认可；
- (6)测量仪器的校准和检定；
- (7)生产过程的质量保证以及产品的检验和测试；
- (8)贸易结算、医疗卫生、安全防护、环境检测及资源测量。

### 3、测量结果、误差、准确度的定义

#### (1) 测量结果

由测量所得到的赋予被测量的值。

注：

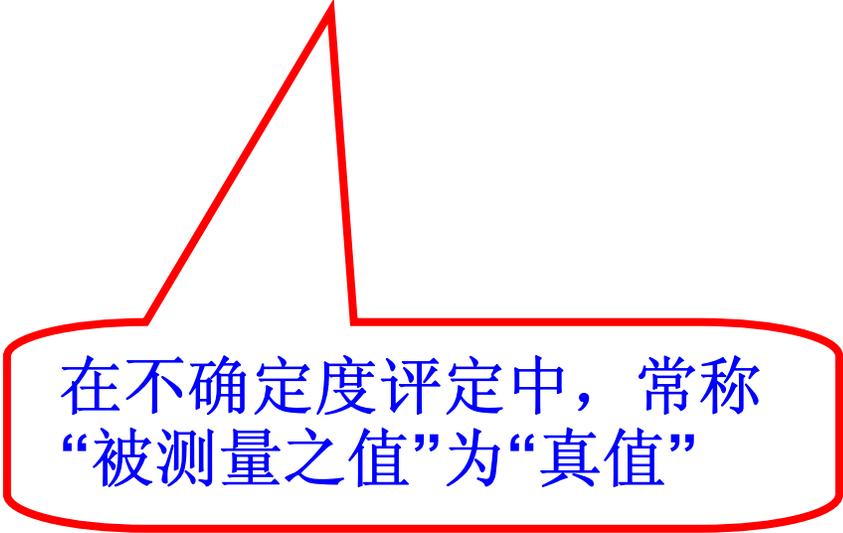
- (1) 在给出测量结果时，应说明它是示值、未修正测量结果或已修正测量结果，还应表明它是否为几个值的平均。
- (2) 在测量结果的完整表述中，应包括**测量不确定度**，必要时还应说明有关影响量的取值范围。

测量结果是被测量的最佳估值，不是真值！

## (2) 测量误差

$$\text{测量误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

真值是指与给定的特定量一致的值。当测量不完善时，通常不能获得真值。真值是一个理想概念，常用约定真值代替。



在不确定度评定中，常称“被测量之值”为“真值”

## (2) 测量误差(续)

误差表示的是一个差值。

当测量结果大于真值时，误差为正；  
当测量结果小于真值时，误差为负。

不是区间，不应当以“±”号的形式出现！

## (2) 测量误差(续)

$$\begin{aligned}\text{误差} &= \text{测量结果} - \text{真值} \\ &= \text{测量结果} - \text{总体均值} + \text{总体均值} - \text{真值} \\ &= \text{随机误差} + \text{系统误差}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{测量结果} &= \text{真值} + \text{误差} \\ &= \text{真值} + \text{随机误差} + \text{系统误差}\end{aligned}$$

误差按其性质，可以分为随机误差和系统误差两类。随机误差和系统误差对应于无限多次测量的理想概念，因此可以确定的只是其估计值，也都具有特定的符号！

### (3) 测量准确度

测量结果与被测量真值之间的一致程度。

- 注：
1. 不要用术语“精密度”代替“准确度”。
  2. 准确度是一个定性的概念。

鉴于不可能准确地确定真值的大小，因而“准确度”这个术语说明的是测量结果与被测量真值之间的接近程度。所以，准确度实际上是一个定性的概念，不能量化。

真值

正确度高，  
但精密度低

随机误差大

精密度高，  
但正确度低

系统误差大

准确度高!

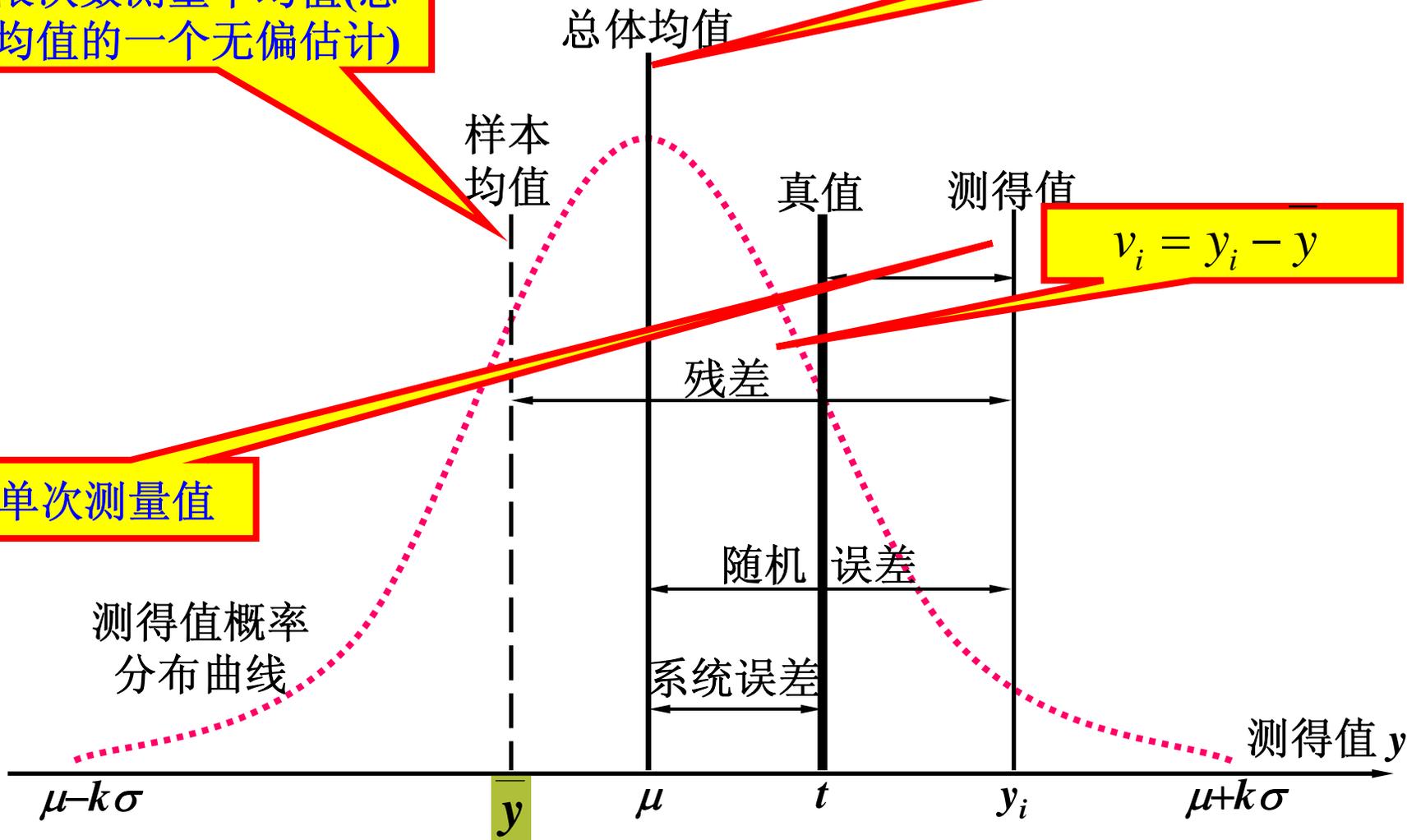
正确度、精密度与准确度

总体概率分布的期望

有限次数测量平均值(总体均值的一个无偏估计)

单次测量值

$$v_i = y_i - y$$



测量误差示意图

## (4) 测量不确定度

以标准偏差表示的测量不确定度是标准不确定度。

表征合理地赋予被测量之值的分散性，与测量结果相联系的**参数**。

注：

(1) 此**参数**可以是诸如**标准偏差**或其倍数，或说明了置信水准的**区间的半宽度**。

分散性这一“参数”。

对于不对称分布的不确定度，则取其中间值。

## (4) 测量不确定度(续)

(2)测量不确定度由多个分量组成。其中一些分量可用测量列结果的统计分布估算，并用实验标准差表征。另一些分量则可用基于**经验或其它信息的假定概率分布**估算，也可用标准差表征。

“经验的”或“假定概率的分布”说明，不确定度评定带有主观鉴别的成分。也就是说，测量不确定度评定与评定人员的理论知识和实践经验密切相关。所以，定义中使用了“合理地”一词。

## (4) 测量不确定度(续)

(3)测量结果应理解为被测量之值的**最佳估计**，而所有的不确定度分量均贡献给了分散性，包括那些由**系统效应**引起的（如，与修正值和参考测量标准有关的）分量。

平均值给出的是“被测量之值”的最佳估计值。

不确定度评估应当考虑已识别的系统效应的影响。即，测量结果是指对已识别的系统效应修正后的最佳估值。

# 如何理解测量不确定度

置信水准

置信区间

定义的注(1)指出，测量不确定度是“说明了置信水准的区间的半宽度”。也就是说，测量不确定度需要用两个数来表示：一个是测量不确定度的大小，即置信区间；另一个是置信水准（或称置信概率、包含概率），表明测量结果落在该区间有多大把握。例如：身高为1.8m或加或减0.1m，置信概率为95%。则该结果可以表示为：

$1.8\text{m} \pm 0.1\text{m}$  ， 置信概率为95%

三个人报告  
的不确定度

$$U=3s=3.0\%$$

$$U=2s=2.0\%$$

$$U=1s=1.0\%$$

测量结果

$p \approx 68\%$

$p \approx 95\%$

$p \approx 99\%$

# 什么不是测量不确定度

- (1) 操作人员失误不是不确定度。这一类不应计入对不确定度的贡献，应当并可以通过仔细工作和核查来避免发生。
- (2) 允差不是不确定度。允差是对工艺、产品或仪器所选定的允许极限值。
- (3) 技术条件不是不确定度。技术条件告诉的是对产品或仪器所期望的内容，也包括一些“定性”的质量指标，例如外观。
- (4) 准确度（更确切地说，应叫不准确度）不是不确定度。遗憾的是这些术语的使用常被混淆。确切地说，“准确度”是一个定性的术语，诸如人们可能说测量是“准确”的或“不准确”的。
- (5) 误差不是不确定度。
- (6) 重复性限、复现性限（再现性限）不是不确定度。

它们可能是不确定度的来源

# 4、测量误差与不确定度的主要区别

序号	含义	测量误差	测量不确定度
1	定义	<p>测量误差用来定量表示测量结果与真值的偏离大小。</p> <p>“测量结果减去被测量的真值”。</p> <p>测量误差是一个确定的值。</p> <p>在数轴上表示为一个点。</p>	<p>测量不确定度用来定量表示测量结果的可信程度。</p> <p>“表征合理地赋予被测量之值的分散性，与测量结果相联系的参数”。</p> <p>测量不确定度是一个区间。</p> <p>可以用诸如标准偏差或其倍数，或说明了置信水准的区间的半宽度表示。</p>
2	分类	<p>按出现在测量结果中的规律分类。分为系统误差和随机误差，它们都是无限多次测量下的理想概念。</p>	<p>按评定方法分类：用测量列结果的统计分布评定不确定度的方法称为<b>A</b>类评定方法，并用实验标准偏差表征；用基于经验或其他信息的假定概率分布评定方法称为<b>B</b>类评定方法，也可用标准偏差表征。</p>

# 测量误差与不确定度的主要区别

序号	含义	测量误差	测量不确定度
3	可操作性	<p>由于真值未知，所以不能得到测量误差的值。当用约定真值代替真值时，可以得到测量误差的估计值。</p> <p>没有统一的评定方法。</p>	<p>可以根据实验、资料、理论分析和经验等信息进行分析评定，合理确定测量不确定度的置信区间和置信水准(或置信水平或置信概率)。</p> <p>由权威国际组织制定了测量不确定度评定和表示的统一方法<b>GUM</b>，具有较强的可操作性。</p> <p>不同技术领域的测量不尽相同，有其特殊性，可以在<b>GUM</b>的框架下制定相应的评定方法。</p>
4	表述方法	<p>是一个带符号的确定的数值，非正即负(或零)，不能用正负号(<math>\pm</math>)表示。</p>	<p>约定为(置信)区间半宽度，恒为正值。当由方差求得时，取其正平方根值。</p> <p>完整的表述应包括两个部分：测量结果的置信区间(测量结果不确定度的大小)，以及测量结果落在该置信区间内的置信概率(或置信水平或置信水准)。</p>

## 测量误差与不确定度的主要区别

序号	含义	测量误差	测量不确定度
5	合成方法	误差等于系统误差加随机误差。 由各误差分量的代数和得到。	当不确定度各分量彼此独立无关时，用方和根方法合成，否则要考虑相关项。
6	结果修正	可以用已知误差对未修正测量结果进行修正，得到已修正测量结果。	不能用测量不确定度修正测量结果。对已修正测量结果进行测量不确定度评估时，应评定修正不完善引入的不确定度
7	实验标准差	来源于给定的测量结果，它并不表示被测量估计值的随机误差。	来源于合理赋予的被测量的值，表示同一观测列中，任一估计值的标准不确定度。

## 测量误差与不确定度的主要区别

序号	含义	测量误差	测量不确定度
8	结果说明	<p>测量误差用来定量表示测量结果与真值的偏离大小。</p> <p>误差是客观存在且不以人的认识程度而转移。</p> <p>误差属于给定的测量结果，相同的测量结果具有相同的误差，而与得到该测量结果的测量设备、测量方法和测量程序无关。</p>	<p>测量不确定度用来定量表示测量结果的可信程度。</p> <p>测量不确定度与人们对被测量、影响量，以及测量过程的认识有关。</p> <p>在相同条件下进行测量时，合理赋予被测量的任何值，都具有相同的测量不确定度，即测量不确定度与测量方法有关。</p>
9	自由度	不存在。	可作为不确定度评估可靠程度的指标。自由度是与不确定度的相对标准不确定度有关的参数。
10	置信概率	不存在。	当了解分布时，可按置信概率给出置信区间。

## (二) 示值误差、允差与不确定度

测量仪器的性能可以用示值误差和最大允许误差来表示。

对给定测量仪器，规范、规程等所允许的误差极限值。

测量仪器示值与对应输入量的真值之差。

# 测量仪器的示值误差

$$\text{示值误差} = \text{示值} - \text{对应输入量的真值}$$

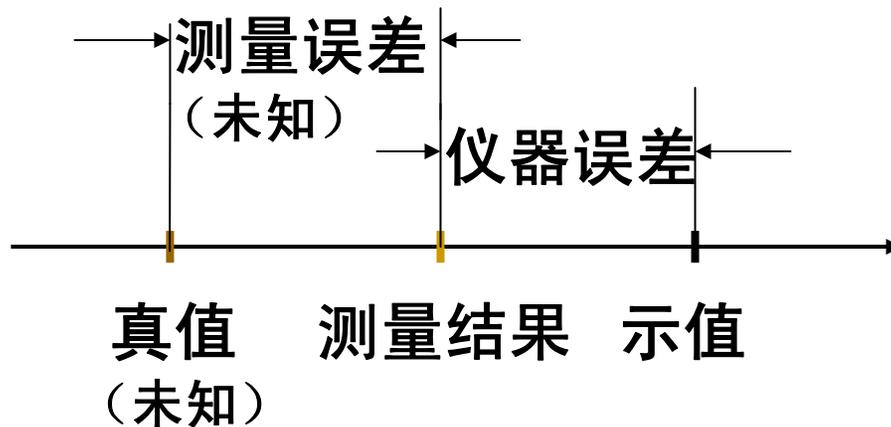
同型号的不同仪器，他们的示值误差一般是不同的。一台仪器的示值误差必须通过检定或校准才能获得，正因为如此，才需要对每一台仪器进行检定或校准。

已知某仪器的示值误差后，就可对其测量结果进行修正，示值误差反号就是该仪器的修正值。修正后结果的不确定度就与修正值本身的不确定度有关，也就是说，与检定或校准所得到的示值误差的不确定度有关。

# 仪器误差与测量误差的区别

**仪器误差**=示值-（用测量标准测得的）测量结果

**测量误差**=测量结果-真值



# 最大允许误差

在技术规范、规程中**规定**的测量仪器允许误差极限，称为“最大允许误差”或“允许误差限”，俗称“允差”，简写为**MPE**或**mpe**，可在仪器说明书中查到。

允差是制造厂对某种型号仪器所规定的示值误差的允许范围，不是某台仪器实际存在的误差，也不是通过检定或校准得到的，因而不能作为修正值使用。

## 最大允许误差(续)

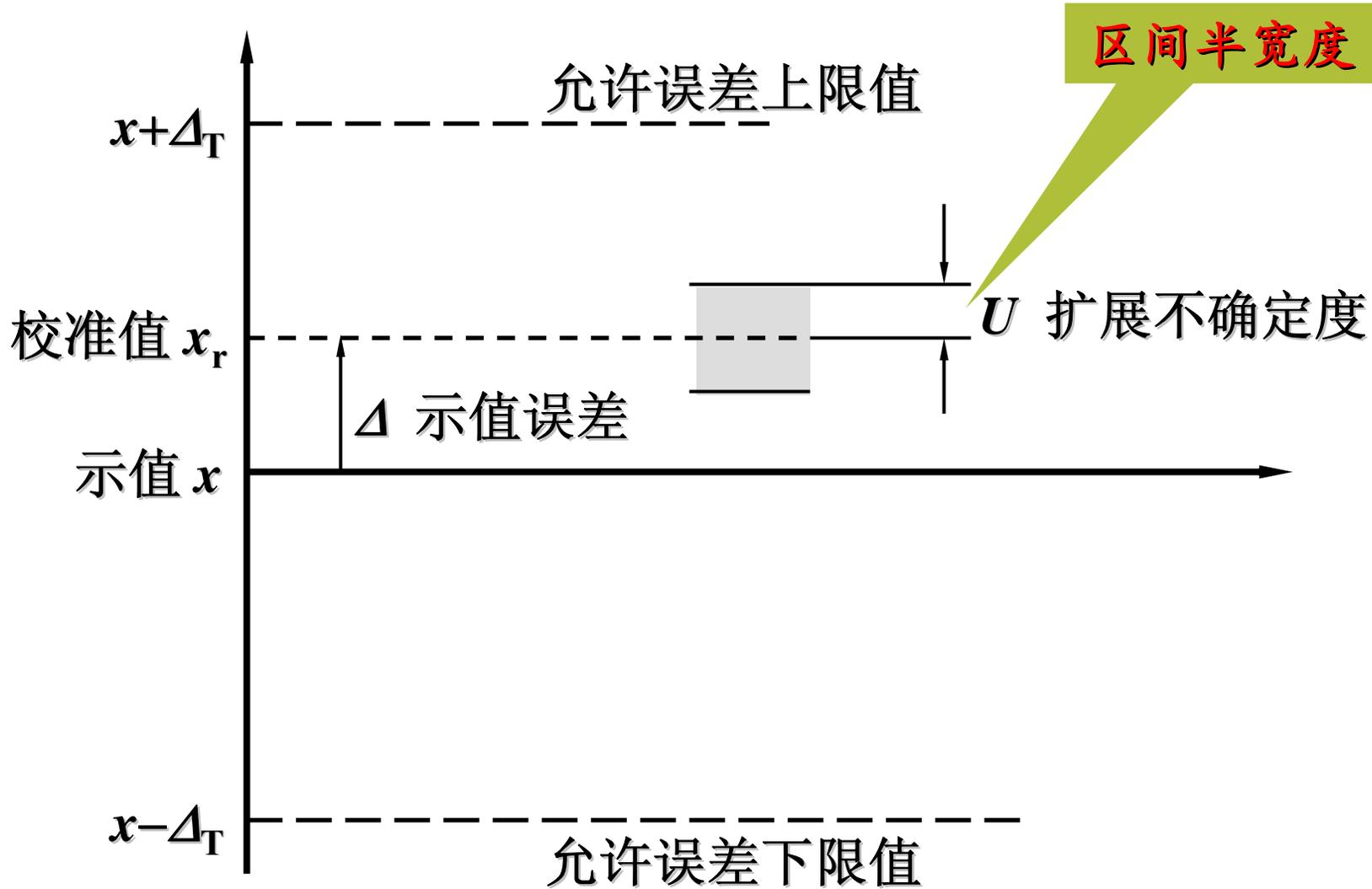
**MPE**通常带有“±”号。一般可以用绝对误差、相对误差、引用误差或他们的组合形式表示。例如，可以表示为±**0.1 μV**，±**1.5 μm**，±**1%**，±**1×10<sup>-6</sup>**满度，±(**0.1%×读数+0.1ns**)等。

**MPE**本身不是测量不确定度，它给出仪器示值误差的合格区间，因而可以作为评定测量不确定度的依据。当直接使用仪器的示值作为测量结果时，由仪器引入的标准不确定度分量，可以根据该型号仪器的**MPE按B类评定**方法得到。

## 最大允许误差(续)

测量仪器的准确度被定义为“测量仪器给出接近于真值的响应能力”。在定义的注中指出，准确度是定性的概念。

值得指出的是：目前不少仪器说明书上给出的定量表示的**准确度**（通常还带有“±”号），实际上是该型号仪器的**最大允许误差**。



示值误差 $\Delta$ 、允许误差 $\Delta_T$ 、测量不确定度 $U$ 的关系

## 二、测量不确定度评估与表示

- (一) 相关数理统计基本知识
- (二) 测量不确定度有关概念
- (三) 产生测量不确定度的原因测量模型化
- (四) 标准不确定度的A类评估
- (五) 标准不确定度的B类评估
- (六) 合成标准不确定度评估
- (七) 扩展不确定度评估
- (八) 测量结果及其不确定度报告

# (一) 相关数理统计基本知识

## 基本统计计算

通过多次重复测量并进行某些统计计算，可增加测量得到的信息量。其中有两项最基本的统计计算：

(1) 求一组数据的平均值或算术平均值（理论上是数学期望），

(2) 求单次测量或算术平均值的实验标准偏差（理论上是总体标准偏差）。

## 1. 最佳估值-----多次测量的平均值

一般而言，测量数值越多，得到的“真值”的估计值就越好。理想的估计值应当用**无穷多数值集来求平均值**。但是增加读数要做额外的工作，并增大测量成本，且会产生“缩小回报”的效果。什么是合理的次数呢？**10次**是普遍选择的，因为这能使计算容易。**20次**读数只比**10次**给出稍好的估计值，**50次**只比**20次**稍好。根据经验通常取**6~10次**读数就足够了。

数学期望

## 2. 分散范围（区间） — 标准偏差

- 定量给出分散范围的常见形式是标准偏差。一个数集的标准偏差给出了各个读数与该组读数平均值之差的典型值。
- 根据“经验”，全部读数大概有三分之二（68%）会落在平均值的正负（±）一倍标准偏差范围内，大概有全部读数的95%会落在正负两倍标准偏差范围内。虽然这种“尺度”并非普遍适用，但应用广泛。标准偏差的“真值”只能从一组非常大（无穷多）的读数求出。由有限个数的读数所求得的只是标准偏差的估计值，称为实验标准偏差或估计的**标准偏差**，用符号**s**表示。

方差的平方根

### 3. 分布——数据散布的“形状”

一组数值的散布会取不同的形式，或称为服从不同的概率分布。

#### (1) 正态分布

在一组读数中，较多的读数值靠近平均值，少数读数值离平均值较远。这就是正态分布或高斯分布的特征。

#### (2) $t$ 分布

是一般形式，而标准正态分布是其特殊形式， $t(\nu)$ 成为正态分布的条件是自由度 $\nu \rightarrow \infty$ 。

#### (3) 均匀分布（矩形分布）

当测量值非常平均地散布在最大值和最小值之间的范围内时，就产生了矩形分布或称为均匀分布。

#### (4) 其他分布

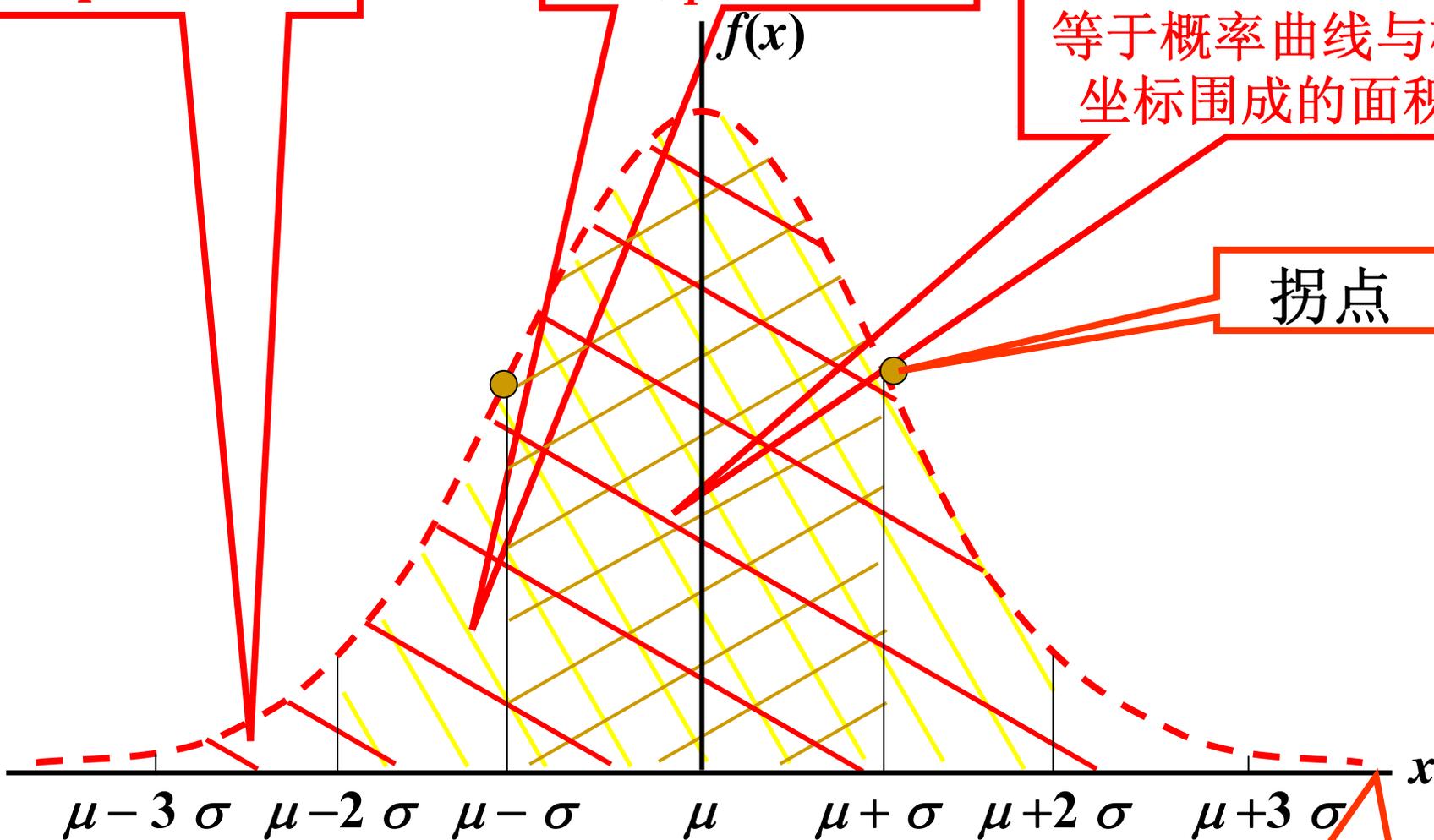
参见JJF 1059-1999 第24页 附录B

概率 $p=99.73\%$

概率 $p=95.45\%$

概率 $p=68.27\%$   
等于概率曲线与横  
坐标围成的面积

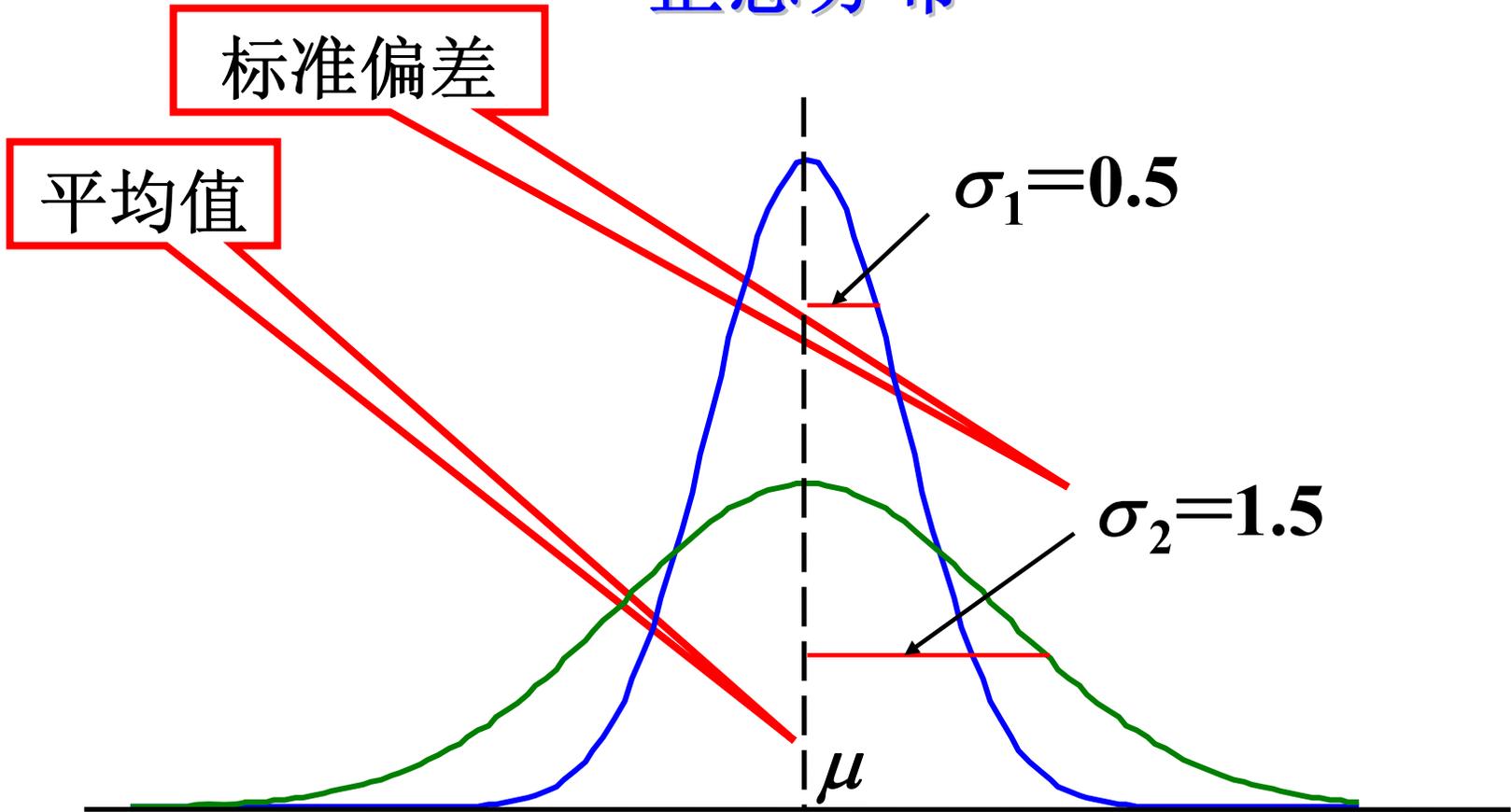
拐点



正态分布

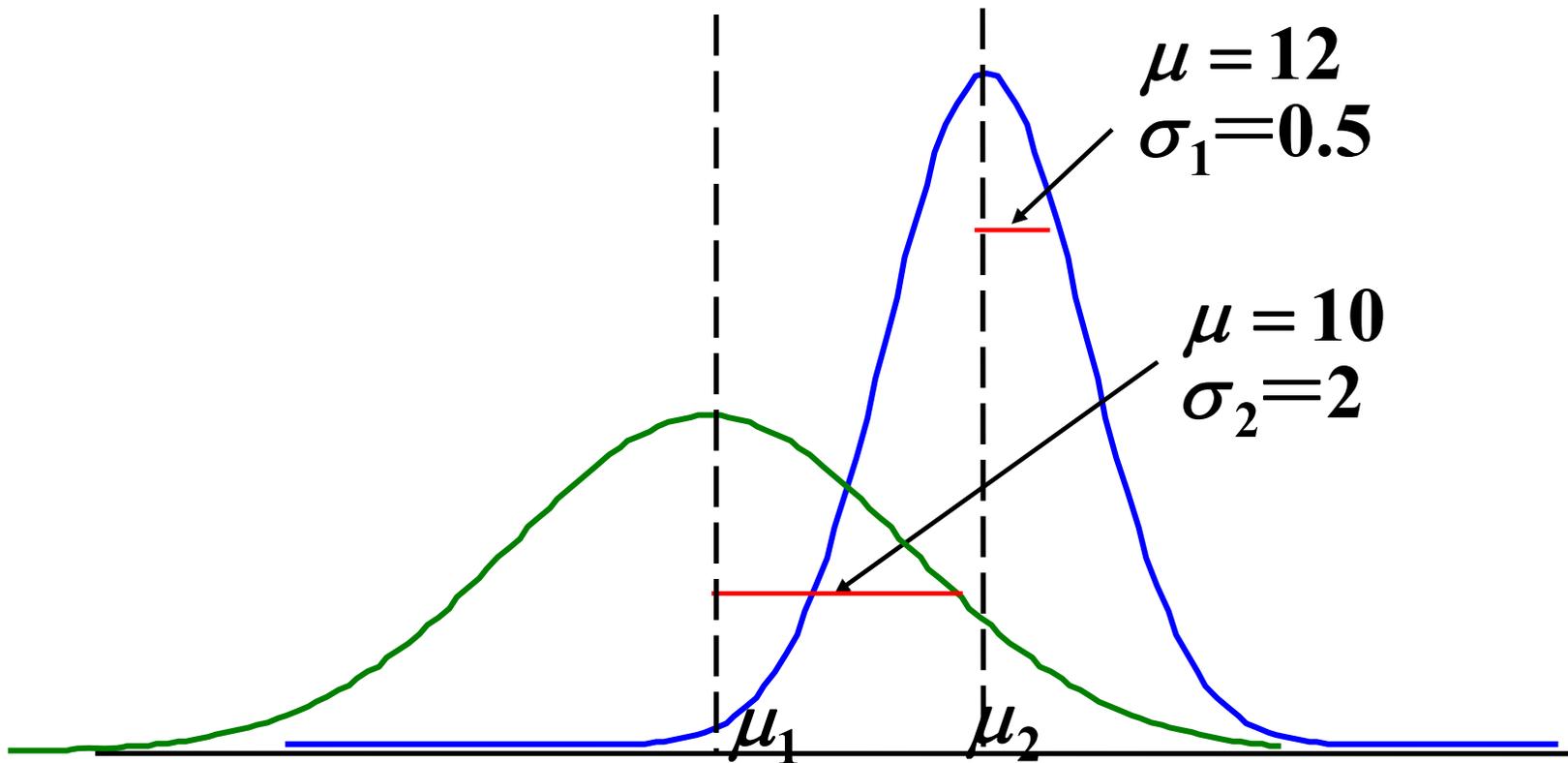
随机变量 $x$ 的取值

# 正态分布



在相同 $\mu$ 值下， $\sigma$ 值愈大，曲线愈平坦，即测量值的分散性愈大。

# 正态分布



对两条相同 $\mu$ 值和不同 $\sigma$ 值的正态分布曲线的比较

# 正态分布

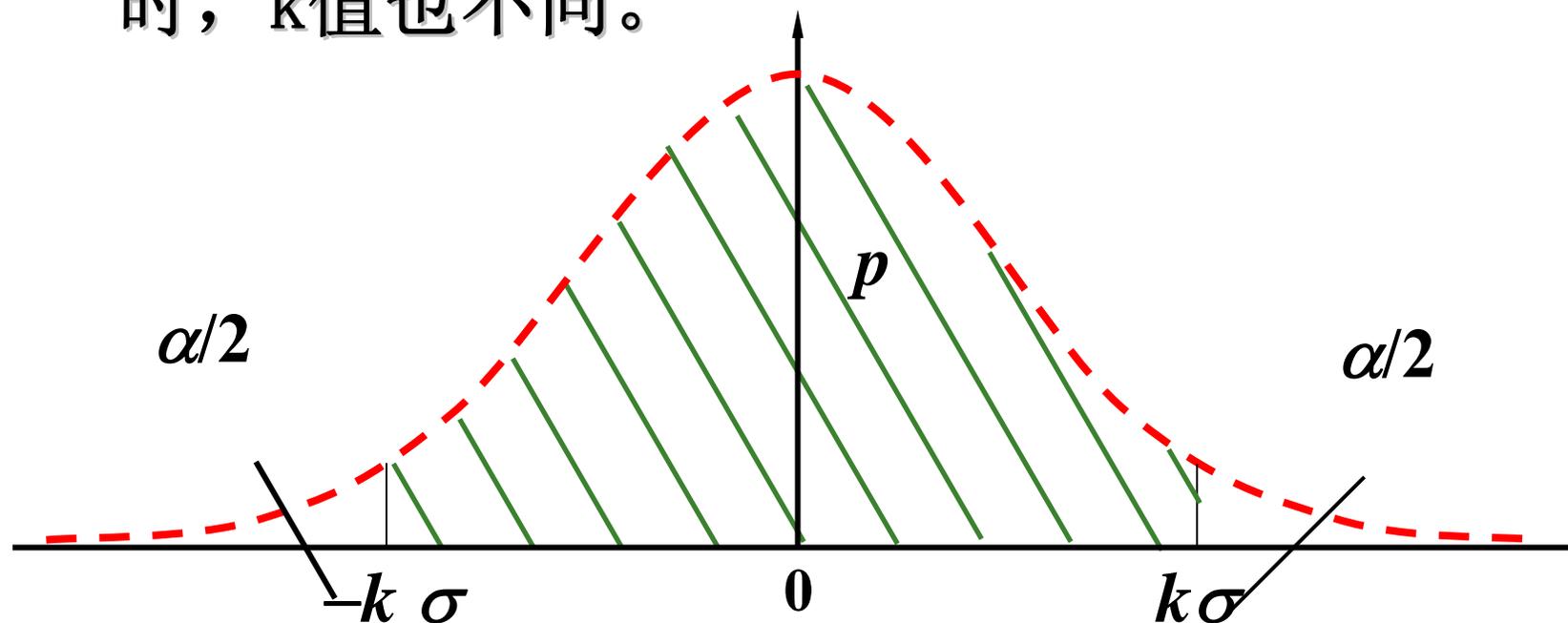
重复条件下多次测量所得数据的分布服从正态分布(如图2.4所示)。正态分布的概率密度曲线,该曲线有如下四个特点:

- ① 单峰性,即曲线在平均值 $\mu$ 处具有最大值;
- ② 对称性,即曲线具有一对称轴;
- ③ 有一水平渐近线,即曲线两端无限接近于横轴;
- ④ 在对称轴左右两边的曲线上离对称轴等距离的某处,各有一个拐点。

$\mu - \sigma$  和  $\mu + \sigma$

数据对称分布在平均值的两边

1. 置信水准(置信概率、置信水平)以 $p$ 表示;
2. 显著性水平(置信度)以 $\alpha$ 表示,  $\alpha = 1-p$ ;
3. 置信区间以 $[-k\sigma, k\sigma]$ 表示;
4. 置信因子(包含因子)以 $k$ 表示, 当分布不同时,  $k$ 值也不同。



## 统计分布常见术语图解

符合下列条件之一者，一般可近似地估计为**正态分布**：

- (1) 重复性条件或复现性条件下多次测量的算术平均值的分布；
- (2) 被测量 $I$ 用扩展不确定度 $U_p$ 给出，而对其分布又没有特殊指明时，估计值 $I$ 的分布；
- (3) 被测量 $I$ 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 中，相互独立的分量 $u_i(y)$ 较多，它们之间的大小也比较接近时， $I$ 的分布；
- (4) 被测量 $I$ 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 中，相互独立的分量 $u_i(y)$ 中，存在两个界限值接近的三角分布，或4个限值接近的均匀分布时；
- (5) 被测量 $I$ 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 相互独立的分量中，量值较大的分量(起决定作用的分量)接近正态分布时。

# 各种不同分布的概率和包含因子

## 正态分布 $k$ , $p$ 对应值

$p(\%)$	50	68.27	90	95	95.45	99	99.73
$k$	0.67	1	1.65	1.96	2	2.58	3

对于均匀分布, 包含因子  $k = \sqrt{3}$

对于三角分布, 包含因子  $k = \sqrt{6}$

对于反正弦分布, 包含因子  $k = \sqrt{2}$

## (二) 测量不确定度有关概念

### 测量不确定度

表征合理地赋予被测量之值的分散性，与测量结果相联系的参数。

不确定度可以是诸如标准偏差或其倍数，或说明了置信水准的区间的半宽度。

# 标准不确定度和扩展不确定度

- 以标准偏差表示的不确定度称为**标准不确定度**，以 $u$ 表示。
- 以标准偏差倍数表示的不确定度称为**扩展不确定度**，以 $U$ 表示。扩展不确定度表明了具有较大置信概率的区间半宽度。

# 不确定度A类和B类评估方法

不确定度通常由多个分量组成，对每一分量都要求评估其标准不确定度。评定方法分为**A**、**B**两大类：

- **A类评定**是用对观测列进行统计分析的方法，以实验标准偏差表征；
- **B类评定**则用不同于**A**类的其他方法，以估计的标准偏差表示。
- 各标准不确定度分量的合成称为合成标准不确定度，它是测量结果的标准偏差的估计值。

## 标准不确定度A类评估与B类评估的比较

标准不确定度A类评估	标准不确定度B类评估
根据一组测量数据	根据信息来源
可能性	可信性
来源于随机效应	来源于系统效应
通常为数学家的研究范畴	通常是物理学家的研究范畴

# 标准不确定度

定义：

以标准偏差表示的测量不确定度。

用符号  $u$  表示。也可以用相对不确定度

$$u_{\text{Arel}} = \frac{u(x)}{|x|} (x \neq 0)$$

表示， $x$  是被测量  $X$  的最佳估值。

# 合成标准不确定度

## 定义：

当测量结果是由若干个其它量的值求得时，按其它各量的方差和协方差算得的标准不确定度。

用符号 $u_c$ 表示。也可以用相对不确定度

$$u_{\text{crel}} = \frac{u_c(y)}{|y|} (y \neq 0)$$

表示， $y$ 是被测量 $Y$ 的最佳估值。

# 扩展不确定度

## 定义:

确定测量结果区间的量，合理赋予被测量之值分布的大部分可望含于此区间。

用大写斜体英文字母  $U$  表示。也可以用相对不确定度表示，

$$U_{\text{rel}} = \frac{U}{|y|} (y \neq 0)$$

$y$  是被测量  $Y$  的测量结果。

# 包含因子 $k$

**定义：**为求得扩展不确定度，对合成标准不确定度所乘之数字因子。

注：**1.** 包含因子等于扩展不确定度与合成标准不确定度之比。

**2.** 包含因子有时也称覆盖因子。

**3.** 根据其含义可分为两种：

$$k=U/u_c; k_p=U/u_c。$$

**4.** 一般在**2~3**之间。

**5.** 下脚标 **$p$** 为置信概率，即置信区间所需之概率。

# 测量不确定度的结构

小写英文字母  
*u*(斜体)表示

大写英文字母  
*U*(斜体)表示

标准不确定度

A类标准不确定度

B类标准不确定度

合成标准不确定度

测量不确定度

扩展不确定度

$U$  (当无需给出  $U_p$  时,  $k=2\sim 3$ )

$U_p$  ( $p$ 为置信概率)

# 实验标准(偏)差计算式 — 贝塞尔公式

对同一被测量 $X$ 作 $n$ 次测量，表征每次测量结果分散性的量 $s(x_i)$ 可按下式算出：

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

式中 $x_i$ 为第 $i$ 次测量的结果； $\bar{x}$ 为所考虑的 $n$ 次测量结果的算术平均值； $v_i = x_i - \bar{x}$ 称为残差。

上式称作贝塞尔公式，它描述了各个测量值的分散度。有时将 $s(x_i)$ 称作单次测量结果的标准偏差，或称为实验标准差。

## 自由度 $\nu$

在方差计算中，自由度为和的项数减去和的限制数，记为  $\nu$ 。在重复条件下对被测量做  $n$  次独立测量，其样本方差为：

$$\frac{\sum_{i=1}^n \nu_i^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

式中  $\nu_i$  为残差。所以在方差的计算式中，和的项数即为残差  $\nu_i$  的个数  $n$ 。而且残差之和为零，即  $\sum \nu_i = 0$  是限制条件，故限制数为 1，因此可得

自由度  $\nu = n - 1$ 。

## 自由度 $\nu$ (续)

不确定度  $u$  的相对标准不确定度  $\sigma(u)/u$  与自由度有如下关系

$$\frac{\sigma(u)}{u} = \frac{1}{\sqrt{2\nu}}$$

可见式中  $\nu$  为愈大， $\sigma(u)/u$  愈小，故自由度反映了相应标准不确定度的可靠程度。

合成标准不确定度的自由度称为有效自由度，用  $\nu_{\text{eff}}$  表示。

# （三）化学分析中不确定度的来源与测量模型化

## 不确定度来源

- （1）被测对象的定义不完善（如被测定的分析物的结构不确切）；
- （2）取样带来的不确定度，不同试样根据标准都应有相应的取样方法；
- （3）被测对象的预富集或分离的不完全；
- （4）基体对被测量元素的影响和干扰；
- （5）在抽样或样品制备过程中的沾污以及样品分析期间可能的变化，由于热状态的改变或光分解而引起样品的交叉沾污和来自实验室环境的污染，特别是对痕量成分的分析尤为重要；
- （6）测量过程中对环境条件影响缺乏认识或环境条件的测量不够完善。例如：玻璃容量器具的校准温度和使用温度不同带来的不确定度，环境湿度的变化对某些物质产生的影响等；
- （7）读数不准，如滴定法时滴定管的读数，每个实验员都有其固定的读数方法；
- （8）仪器的分辨率或灵敏度以及仪器的偏倚、分析天平校准中的准确度的极限、温度控制器可能维持的平均温度与所指示的设定的温度点不同、自动分析仪滞后等；
- （9）测量标准和标准物质所给定的不确定度；
- （10）从外部取得并用于数据的整理换算的常数或其它参数的值所具有的不确定度；
- （11）在测量方法和过程中的某些近似和假设，某些不恰当的校准模式的选择。例如：使用一条直线校准一条弯曲的响应曲线，数据计算中的舍入影响；
- （12）随机变化。在整个分析测试过程中，随机影响对不确定度都有贡献。

# 建立数学模型

在多数情况下，被测量 $Y$ （输出量）不能直接测得，而是由 $N$ 个其他量 $X_1, X_2, \dots, X_N$ 通过函数关系 $f$ 来确定：

$$Y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

上式称为测量模型或数学模型，或称为测量过程数学模型。

输出量 $Y$ 的输入量 $X_1, X_2, \dots, X_N$ 本身可看作被测量，也可取决于其他量，甚至包括具有系统效应的修正值，从而可能导出一个十分复杂的函数关系式，以至函数 $f$ 不能用显式表示。

$Y$ 也可以用实验的方法确定，甚至只用数值方程给出。上式也可能简单到 $Y=X_1+X_2$ ，甚至 $Y=X$ 。

## 建立数学模型(续)

在数学模型中，输入量 $X_1$ ， $X_2$ ， $\dots$ ， $X_N$ 可以是：

- (1) 由当前直接测量的量。其值与不确定度可得自单一观测、重复观测、依据经验对信息的估计，并可包含测量仪器读数的修正值，以及对周围环境温度、大气压、湿度等影响量的修正值。
- (2) 由外部来源引入的量。如已校准的测量标准、测量仪器、有证标准物质、手册所得的测量值或参考数据。
- (3)  $x_i$ 的不确定度是 $y$ 的不确定度来源。寻找不确定度来源时，可以从测量仪器、测量环境、测量人员、测量方法、被测量等各方面考虑。应做到不遗漏、不重复，特别要考虑对测量结果影响大的不确定度来源。
- (4)  $y$ 的不确定度来源取决于 $x_i$ 的不确定度，为此首先必须评定 $x_i$ 的标准不确定度 $u(x_i)$ 。

## 求最佳估值(续)

需要指出，对于测量值来说，最佳值应是修正了已识别的系统效应和剔除了异常值的平均值。

最后需要指出，求最佳估值是测量不确定度评定必不可少的一个步骤。一方面是因为报告测量结果和报告测量结果的不确定度需要给出最佳值；同时，计算相对不确定度也需要有最佳值：相对不确定度等于不确定度除以最佳值的绝对值。

# 求最佳估值

如果被测量  $Y$  的估计值为  $y$ ，输入量  $X_i$  的估计值为  $x_i$ ，则有：

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

可以用两种方法用输入量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  的估计值  $x_1, x_2, \dots, x_n$  求取被测量  $Y$  的最佳估值  $y$ 。

方法 (1)：

$$y = \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk})$$

式中， $y$  是取  $Y$  的  $n$  次独立观测值  $y_k$  的算术平均值。每个  $y_k$  的不确定度相同。

## 求最佳估值（续）

方法（2）：

$$y = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N)$$

式中  $\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}$  是  $X$  的  $n$  次独立观测值  $x_{ik}$  的算术平均

值。这一方法的实质是先求  $X_i$  的最佳估计值  $\bar{x}_i$ ，再通过函数关系式得出  $y$ 。

建议采用方法（1）求取被测量  $Y$  的最佳估计值  $y$ 。

# 不确定度传播率

利用不确定度传播率可列出各标准不确定度分量的表示式。

若被测量（输出量） $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ 的估计值为 $y=f(x_1, x_2, \dots, x_N)$ ，则 $y$ 的合成标准不确定度 $u_c(y)$ 由相关输入量 $X_1, X_2, \dots, X_N$ 的估计值 $x_1, x_2, \dots, x_N$ 的标准不确定度所决定：

$$\begin{aligned} u_c^2(y) &= \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \\ &= \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \gamma(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j) \end{aligned}$$

## 不确定度传播率(续)

上式称为不确定度传播率，其中  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$

称为标准不确定度的传播系数或灵敏系数；

$u(x_i)$  分别为输入量  $X_i$  的估计值  $x_i$  的标准不确定度

$u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$  称为两输入量的估计值  $x_i$  和  $x_j$  的协方差函数。

各输入估计值  $x_i$  及其标准不确定度  $u(x_i)$  得自输入量  $X_i$  的可能值的概率分布。

## （四）标准不确定度A类评估

### 1、基本方法（单次测量结果实验标准差与平均值实验标准差）

对被测量 $X$ ，在重复条件下或复现性条件下进行 $n$ 次独立重复观测，观测值为 $x_i (i=1,2,\dots,n)$ 。其算术平均值 $\bar{x}$ 为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$s(x_i)$ 为单次测量的实验标准差，由贝塞尔公式得到

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

# 实验标准(偏)差计算式 — 贝塞尔公式

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

式中： $x_i$ ——第*i*次测量的结果；

$\bar{x}$  ——*n*次测量结果的算术平均值；

$v_i = x_i - \bar{x}$  ——残差。

# 贝塞尔公式的数学意义

贝塞尔公式描述了各个测量值的分散度。

如果 $x$ 不随时间变化，贝塞尔公式是一个收敛的级数：

当 $n \rightarrow \infty$ 时， $s(x_i) \rightarrow$  稳定值

# 贝塞尔公式的物理意义

固有的就是不变的

自由度越大

对于规范化的常规测量系统，也就是说按照技术标准/规范/规程建立的测量系统，由贝塞尔公式计算给出的**单次测量结果实验标准差 $s(x_j)$** ，是该测量系统的一个固有特性。 **$s(x_j)$** 与该测量系统中的测量标准或测量仪器的技术指标一样，是测量系统所固有的。

**$s(x_j)$** 这个测量系统的固有特性可以通过事先进行多次独立重复测量，应用贝塞尔公式求出。 **$s(x_j)$** 具有如下特性：

- (a)  **$s(x_j)$** 不受重复测量次数 $n$ 的影响；
- (b) 测量次数 $n$ 越大，求出的 **$s(x_j)$** 越准确可靠。

## 平均值的标准(偏)差

用下式计算平均值的标准偏差：

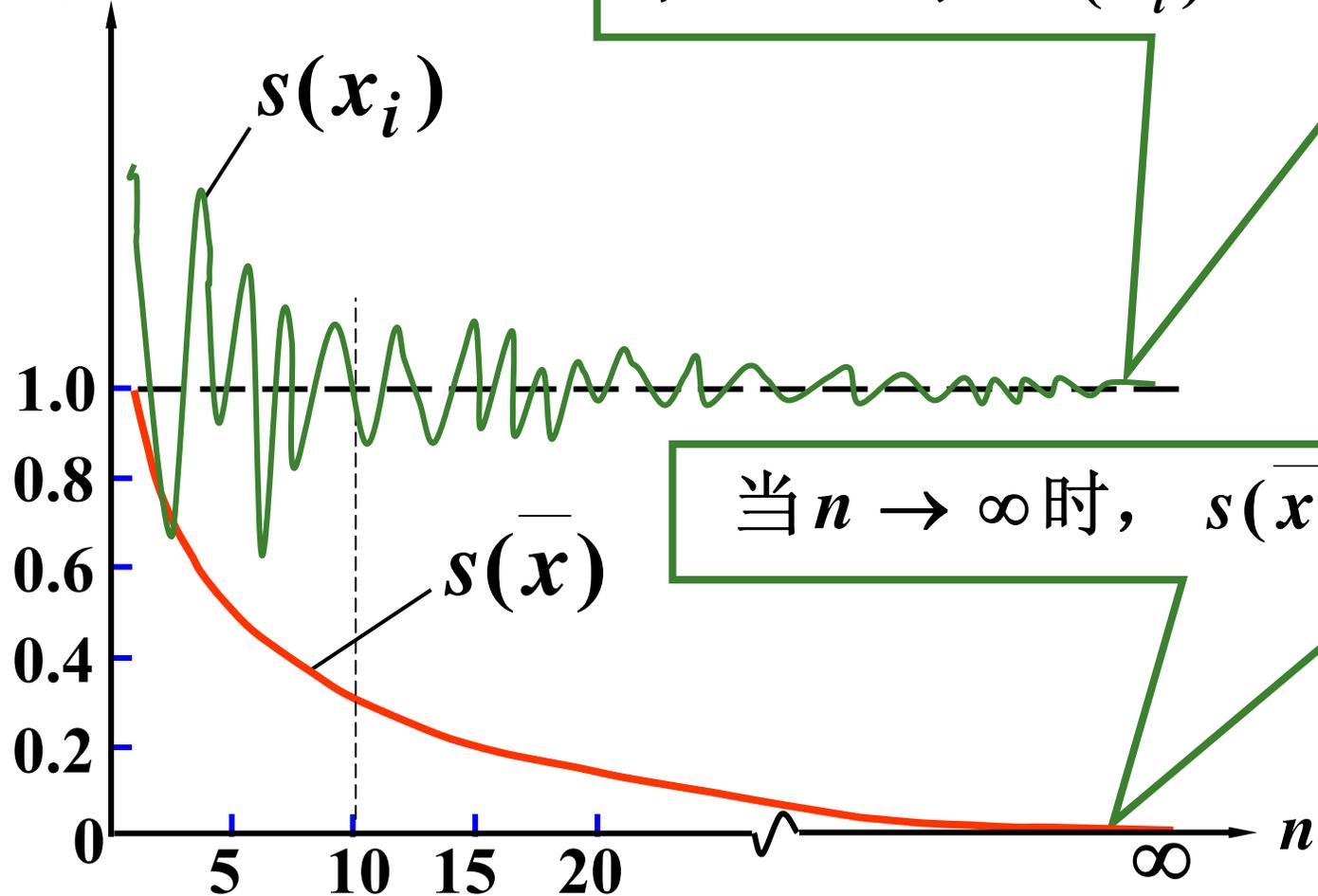
$$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \times (n-1)}}$$

需要指出，单次测量的实验标准差  $s(x_i)$  随着测量次数的增加而趋于一个稳定的数值；平均值的标准偏差  $s(\bar{x})$  则将随着测量次数的增加而减小。

当  $n \rightarrow \infty$ ， $s(\bar{x}) \rightarrow 0$ 。

$s(x_i)$ 或 $s(\bar{x})$

当 $n \rightarrow \infty$ 时,  $s(x_i) \rightarrow$  稳定值



当 $n \rightarrow \infty$ 时,  $s(\bar{x}) \rightarrow 0$

$s(x_i)$ 和 $s(\bar{x})$ 与测量次数 $n$ 的关系

## 关于标准不确定度

根据定义，标准不确定度等于一倍标准偏差。所以，当测量结果取任意一次 $x_i$ 时，对应的A类评估标准不确定度为

$$u(x) = s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}$$

## 关于标准不确定度

如果测量结果是取***n***次的**算术平均值**时，则  $\bar{x}$  所对应的**A类**评估标准不确定度为

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n \times (n - 1)}}$$

## 关于标准不确定度

如果测量结果是取***m***次测量的算术平均值时，则  
 $\bar{x}_m$ 所对应的**A**类评估标准不确定度为

$$s(\bar{x}_m) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{m}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{m \times (n - 1)}}$$

$$(1 < m < n)$$

# 标准不确定度A类评估

观测次数 $n$ 充分多，才能使A类不确定度评估可靠，一般认为 $n$ 应大于5。但也要视实际情况而定，当A类不确定度分量对合成标准不确定度的贡献较大时， $n$ 不宜太小，反之，当A类不确定度分量对合成标准不确定度的贡献较小时 $n$ 小一些关系也不大。

## 2、实际的标准不确定度A类评估

由实验标准偏差的分析可知，单次测量的实验标准偏差  $s(x_i)$  是一个特定的被测量和测量方法的固有特性，该特性表征了各单个测得值的分散性。此处所说的测量方法包括测量原理、测量设备、测量条件、测量程序以及数据处理程序等。在重复性条件下或复现性条件下进行规范化常规测量，通常不需要每次测量都进行A类标准不确定度评估，可以直接引用预先评估的结果。

所谓规范化常规测量，是指明确规定了方法、程序、条件的测量，如已通过实验室认可的检测或校准项目的测量。如果事先对某被测量 $X$ 进行 $n$ 次独立重复测量，其**实验标准差**为 $s(x_i)$ 。若随后的规范化常规测量只是由一次测量就直接给出测量结果，则该测量结果的标准不确定度 $u(x)$ 就等于事先评定的实验标准差 $s(x_i)$ ，即 $u(x)=s(x_i)$ 。如果随后的测量进行了几次测量(典型情况是 $n'=2$ )，而且将 $n'$ 次测量的平均值作为结果提供给客户，则**算术平均值的实验标准差**应等于实验标准差 $s(x_i)$ 除以次数 $n'$ 的平方根，相应的标准不确定度为

$$u(\bar{x}) = s(\bar{x}) = \frac{s(x_i)}{\sqrt{n'}}$$

## 实例：

某实验室事先对某一碳钢试样中Mn进行  $n=10$  次重复测量，测定值列于下表。由贝塞尔公式计算得到单次测量的估计标准偏差  $s(x) = 0.074$ 。

①同一牌号试样，以后做1次 ( $n' = 1$ ) 测量，测定值0.46%，求这1次测量的标准不确定度  $u(x)$ 。

②同一牌号试样，以后做3次 ( $n' = 3$ ) 测量，求这3次测量结果的标准不确定度  $u(\bar{x})$ 。

$$\bar{x}\% = \frac{0.46 + 0.44 + 0.45}{3} = 0.45$$

表 对某一碳钢试样中Mn进行 $n=10$ 次重复的测定值

次数 <i>i</i>	1	2	3	4	5
测量值 Mn%	0.45	0.45	0.44	0.45	0.45
次数 <i>i</i>	6	7	8	9	10
测量值 Mn%	0.46	0.45	0.46	0.44	0.45
平均值%	0.450				
单次测量的 标准偏差 $s(x)$	0.0067				

解：

①对于单次测定，则其标准不确定度等于1倍单次测量的标准偏差：

$$x=0.46\%,$$

$$u(x)=s(x)=0.0067。$$

②对于 $n' = 3$ 的测量，测量结果为：

$$\bar{x} = \frac{0.46 + 0.44 + 0.45}{3} = 0.45$$

$\bar{x}$  的标准不确定度为：

$$u(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n'}} = \frac{0.0067}{\sqrt{3}} = 0.0039$$

### 3、不确定度A类评估的独立性

在重复条件下所得的测量列的不确定度，通常比其他评估方法所得到的不确定度更为客观，并具有统计学的严格性，但要有充分的重复次数。此外，这一测量程序中的重复观测值，不是简单地重复读数，而是应当相互独立地观测。例如

- 被测量是一批材料的某一特性，所有重复观测值来自同一样品，而取样又是测量程序的一部分，则观测值不具有独立性。必须把不同样本间可能存在的随机差异导致的不确定度分量考虑进去。
- 测量仪器的调零是测量程序的一部分，重新调零应成为重复性的一部分。

## 不确定度A类评估的独立性（续）

- 测量器具与被测物品的连接是测量程序的一部分，重新连接应成为重复性的一部分。
- 通过直径的测量计算圆的面积，在进行直径的重复测量时，应随机地选取不同的方向观测。
- 当使用测量仪器的同一测量段进行重复测量时，测量结果均带有相同的这一测量段的误差，而降低了测量结果间的相互独立性。
- 在一个气压表上重复多次读取示值，把气压表扰动一下，然后让它恢复到平衡状态再读数。因为即使大气压力并无变化，还可能存在着示值和读数的误差。等等。

## 4、其他几种常用的标准不确定度A类评估方法:

- (1) 合并样本标准差
- (2) 极差
- (3) 最小二乘法
- (4) 阿伦方差

## 5、A类不确定度评估的自由度 $\nu$

自由度定义为“在方差计算中，和的项数减去对和的限制数”。

对于独立重复测量，自由度为

$$\nu = n - 1 (n \text{ 为测量次数})$$

对于最小二乘法，自由度为

$$\nu = n - t (n \text{ 为数据个数, } t \text{ 为未知数个数})$$

残差的和为零

## A类评估流程

### A类评估开始

事先对 $X$ 进行 $n$ 次独立重复观测得到

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$$

求平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

求实验标准差

$$s(x_i) = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)}$$

预先测量

在随后测量中按规范化常规测量对同类被测物的相同被测量 $X$ 进行 $m$ 次测量得

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m$$

计算测量结果

$$\bar{x} = \sum x_m / m$$

计算A类评估标准不确定度  $u(\bar{x}) = s(x_i) / \sqrt{m}$

实际测量

当 $m=1$ 时(只测1次), A类标准不确定度为  $u(x) = s(x_i)$

自由度为  $\nu = n - 1$

## （五）标准不确定度的B类评估

**B类标准不确定度：**（由于系统效应导致的不确定度）不同于**A类**对观测列进行统计分析的方法来评定标准不确定度，称为不确定度**B类**的评估，有时也称**B类**不确定度评估。**B类**不确定度评估是根据经验和资料及假设的概率分布估计的标准（偏）差表征，也就是说其原始数据并非来自观测列的数据处理，而是基于实验或其他信息来估计，含有主观鉴别的成分。

## B类不确定度的信息来源一般有：

1. 以前的观测数据；
2. 对有关技术资料的测量仪器特性的了解和经验；
3. 生产企业提供的技术说明文件；
4. 校准证书（检定证书）或其他文件提供的数据、准确度的等级或级别，包括目前仍在使用的极限误差、最大允许误差等；
5. 手册或某些资料给出的参考数据及其不确定度；
6. 规定试验方法的国家标准或类似技术文件中给出的重复性限 或复现性。

## B类不确定度的评估方法

(1) 根据经验和有关信息或资料，先分析或判断被测量值落入区间  $[\bar{x} - a, \bar{x} + a]$  并估计区间内被测量值的概率分布，再按置信水准  $p$  来估计包含因子  $k$ ，则B类标准不确定度  $u(x)$  为

$$u(x_i) = \frac{a}{k}$$

式中， $a$ --置信区间半宽度。

$k$ --对应于置信水准的包含因子。

## B类标准不确定度方法

(2) 已知扩展不确定度  $U$  和包含因子  $k$

如果估计值  $x_i$  来源于制造部门的说明书、校准证书、手册或其他资料，其中同时还明确给出了其扩展不确定度  $U(x_i)$  是标准不确定度

$u(x_i)$  的  $k$  倍，指明了包含因子  $k$  的大小，则标准不确定度  $u(x_i)$  可取

$$u(x_i) = \frac{U(x_i)}{k}$$

而估计值的方差  $u^2(x_i)$  为其平方。

## B类标准不确定度方法

**例：**校准证书上指出标称值为**1kg**的砝码的实际质量 **$m=1000.000\ 32\text{g}$** ，并说明按包含因子 **$k=3$** 给出的扩展不确定度 **$U=0.24\text{mg}$** 。则该砝码的标准不确定度为 **$u(m)=0.24\text{mg}/3=80\mu\text{g}$** ，

估计方差为  $u^2(m) = (80\mu\text{g})^2 = 6.4 \times 10^{-9} \text{g}^2$  。

相应的相对标准不确定度 **$u_{\text{rel}}(m)$** 为

$$u_{\text{rel}}(m) = \frac{u(m)}{m} = 80 \times 10^{-9}$$

# B类标准不确定度方法

特别提示：

在这个例子中，砝码使用其实际值  
**1000.000 32g**，而不使用其标称值，即砝码是以  
“等”使用。评定的标准不确定度**80 $\mu$ g**是  
**1000.000 32g**标准不确定度。

## B类标准不确定度方法

(3) 如 $x_i$ 的扩展不确定度 $U(x_i)$ 不是按标准偏差 $s(x_i)$ 的 $k$ 倍给出, 而是给出了置信概率 $p$ 和置信区间的半宽度 $U_p$ , 除非另有说明, 一般按照正态分布考虑评定其标准不确定度 $u(x_i)$ 。

$$u(x_i) = \frac{U(x_i)}{k_p}$$

正态分布的置信水准(置信概率 $p$ 与包含因子 $k_p$ 之间的关系示于下表。

# B类标准不确定度方法

## 正态分布的置信水准表

正态分布情况下置信概率与包含因子之间的关系

<b><math>p(\%)</math></b>	<b>50</b>	<b>68.27</b>	<b>90</b>	<b>95</b>	<b>95.45</b>	<b>99</b>	<b>99.73</b>
<b><math>k_p</math></b>	<b>0.67</b>	<b>1</b>	<b>1.645</b>	<b>1.960</b>	<b>2</b>	<b>2.576</b>	<b>3</b>

这种情况在以“等”使用的仪器中出现最多。

## B类不确定度的评估方法

(4) 已知扩展不确定度  $U_p$  以及置信水准  $p$  与有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$  的  $t$  分布

如  $x_i$  的扩展不确定度不仅给出了扩展不确定度  $U_p$  和置信水准  $p$ ，而且给出了有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$  或包含因子  $k_p$ ，这时必须按  $t$  分布处理

$$u(x_i) = \frac{U_p}{t_p(\nu_{\text{eff}})}$$

这种情况提供的的不确定度信息比较齐全，常出现在校准证书上。

## B类标准不确定度方法

例：校准证书上给出标称值为**5kg**的砝码的实际质量为 **$m=5000.000\ 78\text{g}$** ，并给出了 **$m$** 的测量结果扩展不确定度 **$U_{95}=48\text{mg}$** ，有效自由度 **$\nu_{\text{eff}}=35$** 。

查**JJF 1059-1999**第**24**页附录**A**的 **$t$** 分布表得到 **$t_{95}(35)=2.03$** ，故**B**类标准不确定度为

$$u(x_i) = \frac{U_{95}}{t_{95}(\nu_{\text{eff}})} = \frac{48\text{mg}}{2.03} = 24\text{mg}$$

## (5) 其他几种常见的分布

除了正态分布和 $t$ 分布之外，其他常见的分布有均匀分布、反正弦分布、三角分布、梯形分布、及两点分布等，详见JJF 1059-1999的附录B。

如已知信息表明 $X_i$ 估计值 $x_i$ 分散区间半宽为 $a$ ，且 $x_i$ 落在 $x_i - a_-$ 至 $x_i + a_+$ 范围内的概率 $p$ 为100%，即全部落在此范围内，通过对分布的估计，可以得出 $x_i$ 的标准不确定度为

$$u(x_i) = \frac{a}{k}$$

# 常用分布与包含因子 $k$ 、 $u(x_i)$ 的关系

分布类别	$p(\%)$	$k$	$u(x_i)$
正 态	<b>99.73</b>	<b>3</b>	<b><math>a/3</math></b>
三 角	<b>100</b>	$\sqrt{6}$	$a/\sqrt{6}$
梯 形 $\beta=0.71$	<b>100</b>	<b>2</b>	<b><math>a/2</math></b>
矩 形	<b>100</b>	$\sqrt{3}$	$a/\sqrt{3}$
反正弦	<b>100</b>	$\sqrt{2}$	$a/\sqrt{2}$
两 点	<b>100</b>	<b>1</b>	<b><math>a</math></b>

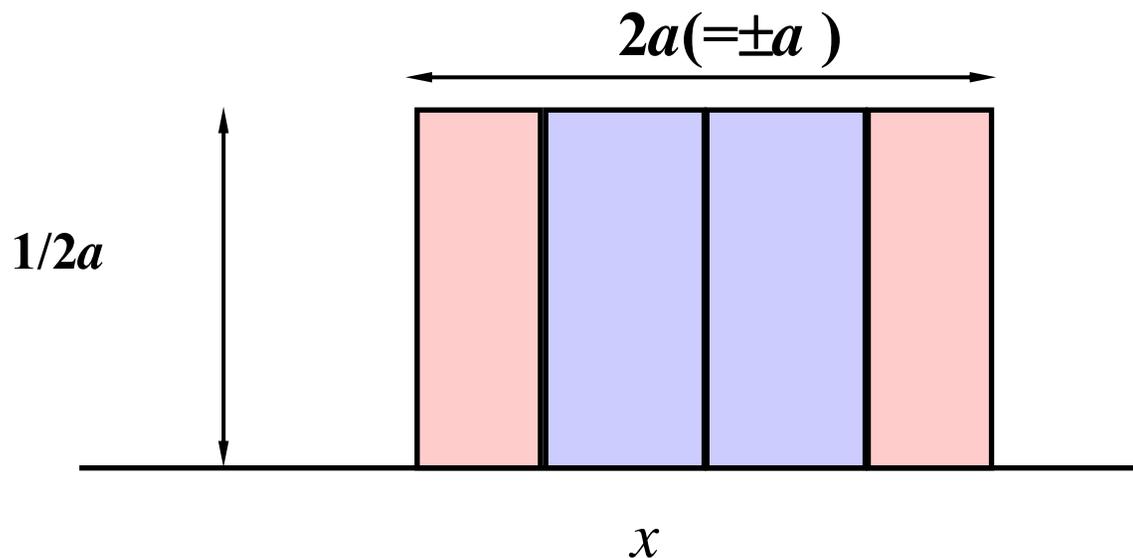
$a$ 为测量值概率分布区间半宽度

# 矩形分布(均匀分布)

标准不确定度： $u(x) = a/\sqrt{3}$

特征：

估计值以 $p=100\%$ 的概率均匀散布在 $\pm a$ 区间内，落在该区间外的概率为零；且没有说明概率分布。



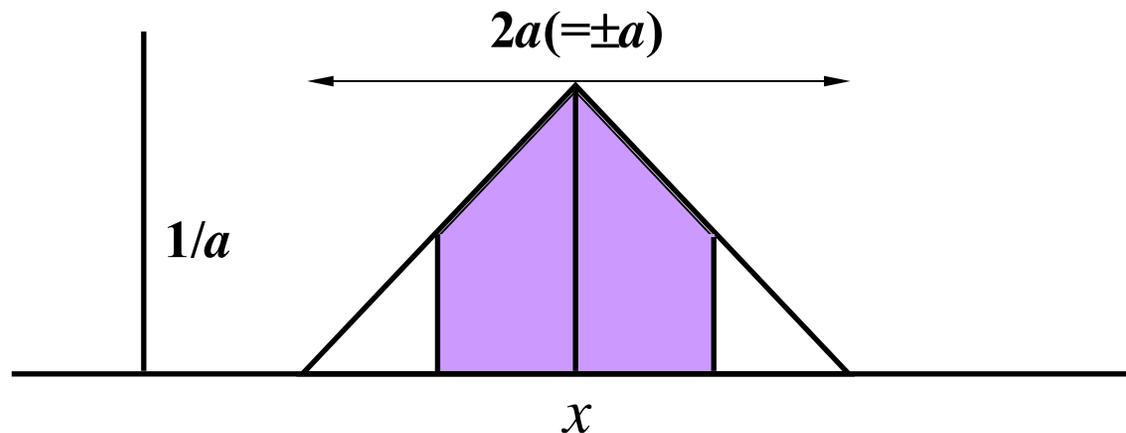
- 矩形分布是有界的，符合下列条件之一者，一般可以近似地估计为矩形分布：
  - (1) 数据修约导致的不确定度；
  - (2) 数字式测量仪器对示值量化(分辨率)导致的不确定度；
  - (3) 测量仪器由于滞后、摩擦效应导致的不确定度；
  - (4) 按级使用的数字仪表、测量仪器最大允许误差导致的不确定度；
  - (5) 用上、下界给出的线膨胀系数；
  - (6) 测量仪器度盘或齿轮回差引起的不确定度；
  - (7) 平衡指示器调零不准导致的不确定度。

# 三角分布

标准不确定度： $u(x) = a/\sqrt{6}$

特征：

估计值以 $p=100\%$ 的概率落在 $\pm a$ 区间内，靠近 $x$ 的数值比接近边界的值多，落在该区间外的概率为零；且没有说明概率分布。



- 三角分布是有界的，符合下列条件之一者，一般可以近似地估计为三角分布：
  - (1)相同修约间隔给出的两独立量之和或差，由修约导致的不确定度；
  - (2)因分辨力引起的两次测量结果之和或差引起的不确定度；
  - (3)用替代法检定标准电子元件或测量衰减时，调零不准导致的不确定度；
  - (4)两相同均匀分布的合成。
  - (5)常用玻璃量器的示值误差导致的不确定度。

## 特别提示

- 在缺乏任何其他信息的情况下，一般估计为均匀分布(矩形分布)是比较合理的。如果已知被测量 $X_i$ 的可能值出现在 $a_-$ 至 $a_+$ 范围中心附近的概率，大于接近区间的边界时，则最好估计为三角分布。
- 如果 $x_i$ 本身就是重复性条件下的几个观测值的算术平均值，则可估计为正态分布。
- 在有些情况下，可采用同行共识，如化学检测实验室的定容误差，欧洲分析化学中心(**EURACHEM**)认为其服从三角分布。

**例：** 制造商给出**A级100mL**单标线容量瓶的允差为 **$\pm 0.1\text{mL}$** 。

欧洲分析化学中心(**EURACHEM**)认为其服从三角分布，则区间半宽度为 **$a=0.1\text{ mL}$** ，包含因子  **$k = \sqrt{6}$** 。由此引起的引起的标准不确定度为：

$$u = \frac{a}{k} = \frac{0.1}{\sqrt{6}} = 0.0408\text{mL}$$

参见**CNAS-GL06:2006** 《化学分析中不确定度的评估指南》。

## (6) 界限不对称的考虑

在输入量 $X_i$ 的可能值的下界 $a_-$ 和上界 $a_+$ 相对于其最佳估计值 $x_i$ 不对称的情况下，其下界 $a_- = x_i - b_-$ ，上界 $a_+ = x_i + b_+$ ，其中 $b_- \neq b_+$ 。这时由于 $x$ 不处于区间 $[a_-, a_+]$ 的中心，输入量 $X_i$ 的概率分布在此区间内不会是对称的，在缺乏用于准确判断其分布状态的信息时，可以按均匀分布处理，区间半宽度为 $a = (a_+ - a_-)/2$ ，由此引起的标准不确定度为：

$$u(x) = \frac{a}{k} = \frac{(a_+ - a_-)/2}{\sqrt{3}} = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{12}} = \frac{b_+ + b_-}{\sqrt{12}}$$

其方差为

$$u^2(x) = \frac{(a_+ - a_-)^2}{12} = \frac{(b_+ + b_-)^2}{12}$$

**例:** 查物理手册得到黄铜在**20°C**时的线膨胀系数

$\alpha_{20}(\text{Cu}) = 16.52 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}$ ，但指明最小可能值为  $16.40 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}$ ，最大可能值为  $16.92 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}$ 。

由给出的信息知道是不对称分布，这时有：

$$a_- = (16.40 - 16.52) \times 10^{-6} \text{°C}^{-1} = -0.12 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1},$$

$$a_+ = (16.92 - 16.52) \times 10^{-6} \text{°C}^{-1} = 0.40 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}.$$

因此，区间半宽度  $a = (a_+ - a_-)/2 = (0.40 - 0.12)/2 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1} = 0.26 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}$ ，假设为均匀分布，包含因子  $k = \sqrt{3}$ 。其标准不确定度为：

$$u(\alpha_{20}) = \frac{a}{k} = \frac{0.26}{\sqrt{3}} = 0.15 \times 10^{-6} \text{°C}^{-1}$$

- 有时对于不对称的界限，可以对估计值 $x_i$ 加以修正，修正值的大小为 $(b_+ - b_-)/2$ ，则修正后 $X_i$ 就在界限的中心位置 $x_i = (a_- + a_+)/2$ ，而其半宽度为 $a = (a_+ - a_-)/2$ ，从而可以按上述各节处理。

**注意JJF 1059-1999**是建立在对称分布基础上的。

**例:**数字显示测量仪器，如其分辨为 $\delta x$ ，量化误差是一个宽度为 $\delta x$ 的矩形分布，区间半宽度为 $\delta x/2$ 。则有

$$u(x) = \frac{\delta x/2}{k} = \frac{\delta x}{2\sqrt{3}} = 0.29 \delta x$$

虽量化误差不一定是对称分布，但一般取对称分布。

**例：**对于量值(数据)修约，如修约间隔为 $\delta x$ ，修约误差是一个宽度为 $\delta x$ 的矩形分布，区间半宽度为 $\delta x/2$ 。则有

$$u(x) = \frac{\delta x/2}{k} = \frac{\delta x}{2\sqrt{3}} = 0.29 \delta x$$

如果量值(数据)修约根据**GB 3101-1993**的规定进行，那么修约引起的误差分布是完全对称的均匀分布(矩形分布)。

## (7) 由重复性限或复现性限求不确定度

- 在规定实验方法的的国家标准或类似技术文件中，按规定的测量条件，当明确指出两次测量结果之差的重复性限 $r$ 或复现性限 $R$ 时，如无特殊说明，则测量结果的不确定度为

$$u(x_i) = r/2.83 \quad \text{或} \quad u(x_i) = R/2.83$$

式中，重复性限 $r$ 或复现性限 $R$ 的置信水准为**95%**，并作正态分布处理。

## (7) 由重复性限或复现性限求不确定度

- 由于有

$$Y = X_1 - X_2$$

式中， $X_1$ 和 $X_2$ 为服从同一正态分布的随机变量，由不确定度传播率得

$$u^2(Y) = u^2(X_1) + u^2(X_2) = 2u^2(X)$$

故

$$u(y) = \sqrt{2}u(x_i)$$

由置信水准为**95%**得

$$U(y) = 2\sqrt{2}u(x_i)$$

故

$$u(x_i) = \frac{U(y)}{2\sqrt{2}} = \frac{r}{2\sqrt{2}} = \frac{r}{2.83}$$

## (8) 以“等”使用的仪器的不确定度计算

- 当测量仪器检定证书上给出准确度等别时，可根据“计量器具检定系统”或检定规程所规定的该等别的测量不确定度大小，按本节**(2)**或**(3)**中所述的方法计算标准不确定度分量。当检定证书既给出扩展不确定度，又给出有效自由度时，可按本节**(4)**中所述的方法评估标准不确定度分量。
- 对于以“等”使用的仪器的标准不确定度评估，应注意以下问题：
  - (1)**以“等”使用的仪器的标准不确定度评定，一般采用正态分布或 $t$ 分布。

## (8) 以“等”使用的仪器的不确定度计算

- (2) 以“等”使用的指示类仪器，使用时应对其示值进行修正或使用校准曲线；以“等”使用的量具，应使用其实际值(标称值)。同时还应当考虑其长期稳定性的影响，通常把两次检定周期或校准周期之间的差值，作为不确定度的一个分量，该分量按均匀分布处理。
- (3) 以“等”使用的仪器，使用时的环境条件偏离参考条件时，要考虑环境条件引起的不确定度分量。
- (4) 以“等”使用的仪器，上面计算所得到的标准不确定度分量已包含了其上一等别仪器对所使用等别的仪器进行检定或校准带来的不确定度。因此，不需要考虑上一等别检定或校准的不确定度。

**例：**《二等标准铂铑10-铂热电偶检定证书》给出热点偶在**300℃~1100℃**范围内检定合格。

由《**JJG 2003-1987铂铑10-铂热电偶计量器具检定系统框图**》可知，二等标准铂铑10-铂热电偶总不确定度为 **$\delta=1.0^{\circ}\text{C}$** ， **$(k=3)$** 。

所以，由二等标准铂铑10-铂热电偶引入的标准不确定度分量为：

$$u(x_i) = \frac{\delta}{k} = \frac{1.0^{\circ}\text{C}}{3} = 0.333^{\circ}\text{C}$$

**例：**《**1000g F<sub>1</sub>**等砝码检定证书》给出检定合格。

由《**JJG 2053-1990**质量计量器具检定系统框图》可知，**1000g F<sub>1</sub>**等砝码的质量总不确定度（置信概率**99.73%**） **$\Delta_z = 20\text{mg}$** 。因此，包含因子 **$k=3$** 。

所以，由**1000g F<sub>1</sub>**等砝码引入的标准不确定度分量为：

$$u = \frac{\Delta_z}{k} = \frac{20}{3} \text{mg} = 6.67 \text{mg}$$

## (9)以“级”使用的仪器的不确定度计算

- 当测量仪器检定证书上给出准确度级别时，可根据“计量器具检定系统”或检定规程所规定的该级别的最大允许误差进行评定。假设最大允许误差为 $\pm A$ ，一般采用均匀分布，得到示值允差引起的标准不确定度分量为

$$u(x) = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

## 对于以“级”使用的仪器的标准不确定度评估，应注意：

- (1) 以“级”使用的仪器，上面所得的标准不确定度分量并没有包含上一个级别仪器对所使用级别仪器进行检定带来的不确定度。因此，当上一级别检定的不确定度不可忽略时，还要考虑这一项不确定度分量
- (2) 以“级”使用的指示类仪器，使用时直接使用其示值而不需要进行修正；量具使用其实际值(标称值)。所以可以认为仪器的示值允差已包含了仪器长期稳定性的影响不需要再考虑仪器长期稳定性引起的不确定度。
- (3) 以“级”使用的仪器，使用时的环境条件只要不超过允许使用的范围，仪器的示值误差就始终不会超出示值的允差。因此，在这种情况下，不必考虑环境条件引起的不确定度

**例：** 仪器制造厂的说明书给出仪器的准确度(或误差)为 $\pm 1\%$ 。

我们可以假定这是对仪器最大误差限值的说明，而且所有测量值的误差值是等概率地（矩形分布）处于该限值范围 $[-0.01, +0.01]$ 内。因为大于 $\pm 1\%$ 误差限的仪器，属于不合格品，制造厂不准出厂；或者检定不合格，不准投入使用。）矩形分布的包含因子  $k = \sqrt{3}$  ，仪器误差的区间半宽度  $a=0.01(1\%)$ 。因此，标准不确定度为：

$$u(x_i) = \frac{a}{k} = \frac{1.0\%}{\sqrt{3}} = 0.58\%$$

**例：** 制造商给出**A级100mL**单标线容量瓶的允差为 **$\pm 0.1\text{mL}$** 。

欧洲分析化学中心(**EURACHEM**)认为其服从三角分布，则区间半宽度为 **$a=0.1\text{ mL}$** ，包含因子  **$k = \sqrt{6}$** 。由此引起的引起的标准不确定度为：

$$u = \frac{a}{k} = \frac{0.1}{\sqrt{6}} = 0.0408\text{mL}$$

## 附：如何正确使用校准证书

### 1. 校准证书格式

下表所示是某数字电压表**10V**和**5V**示值的校准结果。校准数据除了给出了**10V**和**5V**示值误差外，还给出了数字电压表**10V**示值的最大允许误差(技术说明书规定的技术指标)为 $\Delta=\pm 42.5\mu\text{V}$ ， $\gamma_{\max}=27(+15)\mu\text{V} < |\Delta|=42.5\mu\text{V}$ (括号内**15 $\mu\text{V}$** 是扩展不确定度)，**5V**示值的最大允许误差为 $\Delta=\pm 22.5\mu\text{V}$ ， $\gamma=24\mu\text{V} > |\Delta|=22.5\mu\text{V}$ ，所以校准结果判断**10V**符合技术规范要求(即技术说明书规定的技术指标)，**5V**不符合技术规范要求

#### 校准证书数据格式示例

序号	标称值(示值) $V_x$	校准值(实际值) $V_s$	示值误差 $\gamma$	允许误差 $\Delta$	符合性判别
1	10.000000 V	9.999973 V	27 $\mu\text{V}$	$\pm 42.5 \mu\text{V}$	符合
2	5.000000 V	4.999976 V	24 $\mu\text{V}$	$\pm 22.5 \mu\text{V}$	不符合

校准值**9.999972 V**的示值误差为**27  $\mu\text{V}$** ，测量不确定度 **$U_{95}=15\mu\text{V}$** ， $\nu_{\text{eff}}=36$ ，包含因子 **$k_p(\gamma)=t_{95}(36)=2.03$** 。

校准值**4.999971 V**的示值误差为**24  $\mu\text{V}$** ，测量不确定度 **$U_{95}=12\mu\text{V}$** ， $\nu_{\text{eff}}=36$ ，包含因子 **$k_p(\gamma)=t_{95}(36)=2.03$** 。

## 2. 校准证书数据的正确使用办法

计量器具的校准证书应给出校准值、其测量不确定度以及它的置信概率或所采用的包含因子。对于某些宽量程的仪器，需要对不同的读数或不同的量程范围计算不同的不确定度。

对于校准证书给出的数据，除非另有说明，一般就假定其不确定度服从正态分布或 $t$ 分布，如果引用**95%**的置信概率，则对应的包含因子 **$k=2$** ；如果引用**99%**的置信概率，则对应的包含因子 **$k=3$** 。如果没有说明包含因子，则只能假定所用的包含因子 **$k=2$** 。当校准证书既给出扩展不确定度，又给出有效自由度时，可按 $t$ 分布评定标准不确定度分量。

由这些不确定度来源所引起的标准不确定度，可直接用给出的或算得的不确定度除以包含因子得到。

但是应当注意，这时不能使用计量器具的示值或标称值，而必须使用其校准值(实际值)或校准曲线。

其次，使用时的环境条件偏离参考条件时，要考虑环境条件引起的不确定度分量。同时还应当考虑其长期稳定性的影响，通常把历次校准周期之间差值的最大值，作为不确定度的一个分量，该分量按均匀分布处理。

## 2.1 10V示值校准数据的使用

### 2.1.1 使用校准值(实际值)

由上表校准数据可知, 数字电压表校准值**9.999973 V**的扩展不确定度 **$U_{95}=15\mu\text{V}$** ,  $\nu_{\text{eff}}=36$ 包含因子 **$k_p(\gamma)=t_{95}(36)=2.03$** , 相应的标准不确定度为

$$u = \frac{U_{95}}{t_{95}(95)} = \frac{15\mu\text{V}}{2.03} = 7.5\mu\text{V}$$

### 2.1.2 使用标称值(数字电压表额定示值)

因为数字电压表**10V**示值满足其技术指标要求, 故可以直接使用其额定示值。使用其额定示值的最大允许误差为 **$\pm 42.5\mu\text{V}$** , 服从均匀分布, 区间半宽度 **$a=42.5\mu\text{V}$** , 包含因子  $k=\sqrt{3}$ , 相应的标准不确定度为

$$u = \frac{a}{k} = \frac{42.5\mu\text{V}}{\sqrt{3}} = 24.54\mu\text{V}$$

## 2.2 5V示值校准数据的使用

### 2.2.1 使用校准值(实际值)

由校准数据可知，数字电压表校准值**4.999976 V** 的扩展不确定度  $U_{95}=12\mu\text{V}$ ， $\nu_{\text{eff}}=36$ 包含因子  $k_p(\gamma)=t_{95}(36)=2.03$ ，相应的标准不确定度为

$$u = \frac{U_{95}}{t_{95}(95)} = \frac{12\mu\text{V}}{2.03} = 6.0\mu\text{V}$$

需要指出，使用校准值只能在标称值**10V**和**5V**点，因为其他标称值没有校准数据，例如**9V**，**8V**，**7V**，**6V**，**4V**，**3V**，**2V**等示值。

### 2.2.2 使用标称值(数字电压表额定示值)

因为数字电压表**5V**示值不满足其技术指标要求，故不可以直接使用其示值，只能使用校准值。如果要使用其示值，必须对数字电压表进行调整，然后重新进行校准，使示值误差完全符合数字电压表的技术指标。

## B类评定标准不确定度的自由度 $\nu$

- 自由度所反映的是信息量，故可用来衡量不确定度的可靠程度。
- **B类评估标准不确定度的自由度 $\nu_i$ 与所得到的标准不确定度 $u(x_i)$ 的相对标准不确定度有关，其关系为：**  $\sigma[u(x_i)]/u(x_i)$

$$\nu_i \approx \frac{1}{2} \frac{u^2(x_i)}{\sigma^2[u(x_i)]} \approx \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2}$$

式中  $\sigma[u(x_i)]$  是标准不确定度的标准差，即  $\sigma[u(x_i)]$  是标准差的标准差，不确定度的不确定度。

## $\sigma[u(x_i)]/u(x_i)$ 与自由度 $\nu_i$ 的关系

$\sigma[u(x_i)]/u(x_i)$	自由度 $\nu_i$	$\sigma[u(x_i)]/u(x_i)$	自由度 $\nu_i$
<b>0</b>	$\infty$	<b>0.30</b>	<b>6</b>
<b>0.10</b>	<b>50</b>	<b>0.40</b>	<b>3</b>
<b>0.20</b>	<b>12</b>	<b>0.50</b>	<b>2</b>
<b>0.25</b>	<b>8</b>		

对于检测实验室，通常可以选择**B**类评定的自由度 $\infty$ 。

## 如何选择B类不确定度的自由度 $\nu$

- 由上述分析可知，无论**B**类评估还是**A**类评估，自由度越大，不确定度的可靠程度越高。不确定度用来衡量测量结果的可靠程度，而自由度则是用来衡量不确定度可靠程度的。所以可以说自由度是一种二次或二阶不确定度。
- 应该说明的是，自由度表达式不仅适用于正态分布，也适用于其他任何分布的情况。所以，不确定度**B**类评定不仅要判断其概率分布，还要判断其可靠程度。这要求评定人员具有相关的经验，以及其对有关知识深刻的了解。

## 如何选择B类不确定度的自由度 $\nu$

(1) 当不确定度的评估有严格的数字关系，如数显仪器量化误差和数据修约引起的不确定度，可估计其自由度 $\nu \rightarrow \infty$ 。

(2) 当计算不确定度的数据来源于校准证书、检定证书、标准物质赋值证书或手册等比较可靠资料时，可以取比较高的自由度。

(3) 当不确定度的计算带有一定的主观判断因素，如指示类仪器的读数误差引起的不确定度，可能要取比较低的自由度

## 如何选择B类不确定度的自由度 $\nu$

(4) 当不确定度的信息来源难以用有效的实验方法验证时，或实验验证误差较大时，自由度可能非常低。

(5) 在实际工作中用一种保证避免低估自由度的方法进行评估。例如当下界和上界分别为 $a_-$ 和 $a_+$ 时，如均匀分布或三角分布，或有上下界的分布，通常选择被测量的估计值 $x$ 落在上下界之外的概率极小。在这种假设情况下可以认为 $u(x)$ 的自由度 $\nu \rightarrow \infty$ 。如果没有理由作上述假设时，则需采用其他方法。

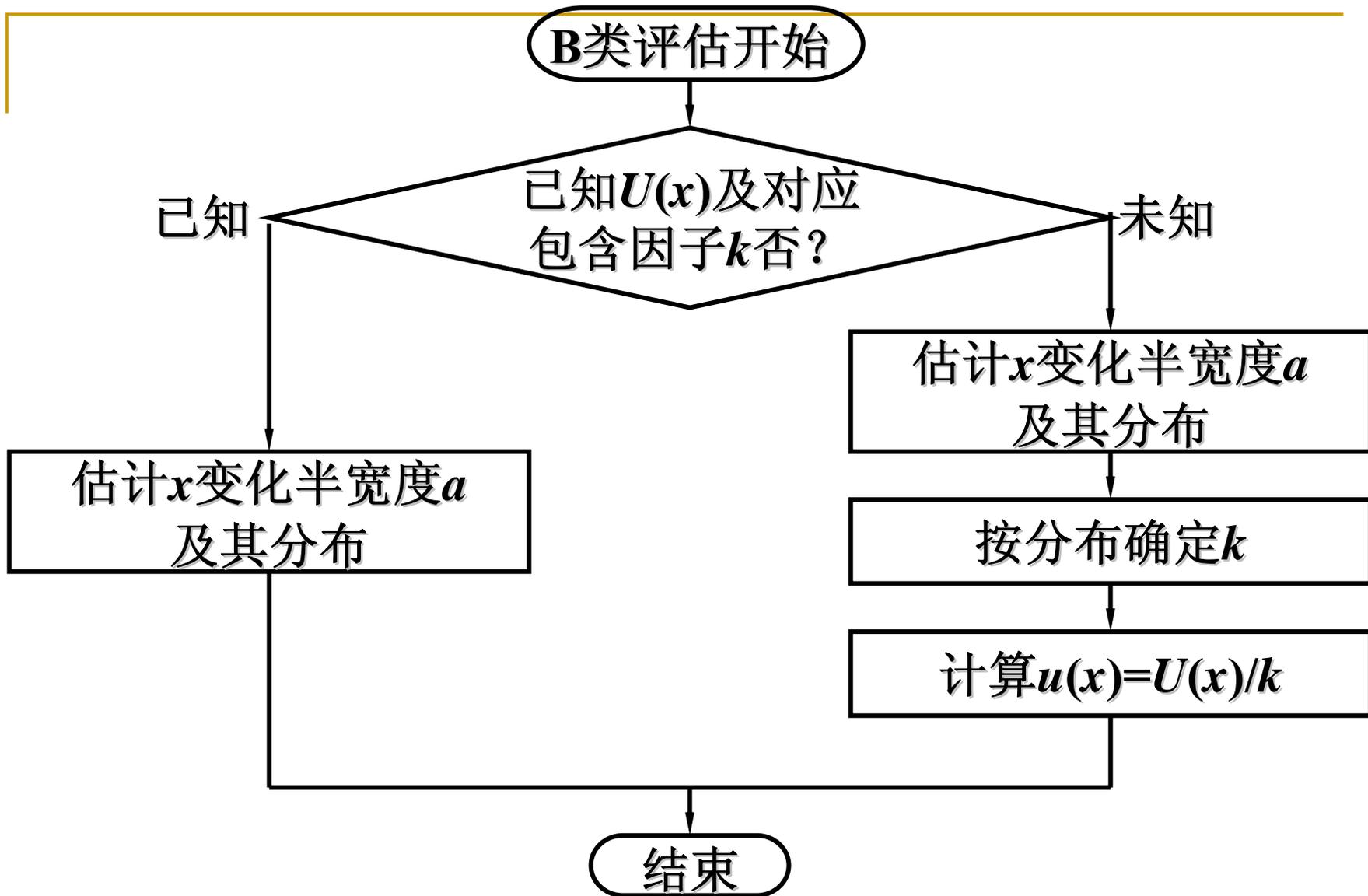
## 求各个输入分量标准不确定度对输出量 $y$ 的标准不确定度的贡献

- 在求出各个输入量的不确定度分量 $u_i(\mathbf{x})$ 之后，还需要计算传播系数（灵敏系数） $c_i$ ，最后计算由此引起的被测输出量 $y$ 的标准不确定度分量：

$$u_i(y) = |c_i| u(x_i) = \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| u(x_i)$$

式中传播系数或灵敏系数  $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$  的含义是，

输入量的估计值 $x_i$ 的单位变化引起的输出量的估计值 $y$ 的变化量，即起到了不确定度的传播作用。



标准不确定度B类评估流程图

## (六) 合成标准不确定度的评估

- 被测量  $Y$  的估计值  $y=f(x_1, x_2, \dots, x_N)$  的标准不确定度是由相应输入量  $x_1, x_2, \dots, x_N$  的标准不确定度合理合成求得的，其表示式的符号为  $u_c(y)$ ，下脚标“c”系“合成”之义，取自英文 **combined** 的第一个字母。
- 合成标准不确定度  $u_c(y)$  表征合理赋予被测量之值  $Y$  的分散性，是一个估计标准偏差。

## 不相关输入量的合成

- 当全部输入量  $x_i$  是彼此独立或不相关时，输出量  $Y$  的估计值  $y$  的合成标准不确定度  $u_c(y)$  由下式得出

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i)$$

式中： $f$  —— 被测量估计值  $y$  与各直接测得量  $x_i$  的函数关系式；

$u(x_i)$  —— 各直接测得量  $x_i$  的标准不确定度，可以是 **A** 或 **B** 类评定方法给出的。

## 灵敏系数和测量结果不确定度分量 $u_i(y)$

上式中的偏导数  $\partial f / \partial x_i$  是在  $X_i = x_i$  时导出的，这些偏导数称为灵敏系数(或传播系数)，用符号  $c_i$  表示，即  $c_i = \partial f / \partial x_i$ 。它描述输出估计值  $y$  如何随输入估计值  $x_1, x_2, \dots, x_N$  的变化而变化。尤其是，当输入估计值  $x_i$  产生微小变化时，将引起输出估计值  $y$  变化，可用  $(\Delta y)_i = (\partial f / \partial x_i) \Delta x_i = c_i \Delta x_i$  表示。如果  $(\Delta y)_i$  是来自输入估计值  $x_i$  的标准不确定度  $u(x_i)$  的变化所引起，那么输出估计值  $y$  的相应变化就是  $(\partial f / \partial x_i) u(x_i) = |c_i| u(x_i)$ 。因此，在各输入量  $X_i$  互不相关时，上式可表示为

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2 \equiv \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$$

式中：
$$c_i \equiv \frac{\partial f}{\partial x_i}, \quad u_i(y) \equiv |c_i| u(x_i)$$

【注】当灵敏系数没有可靠的数学表达式存在时，灵敏系数  $c_i$  也可以通过实验直接评估给出。

# 合成不确定度表达的简化形式1

- 有时，在输入量彼此独立的线性模型的情况下，合成不确定度的表达可以采用更为简单的形式。合成标准不确定度的两个简单规则如下：

**【规则 1】** 只涉及量的和或差的线性模型，例如：

$y = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$  。则合成标准不确定度如下：

$$u_c(y) = \sqrt{c_1^2 u^2(x_1) + c_2^2 u^2(x_2) + \cdots + c_n^2 u^2(x_n)}$$

此时，有  $c_i u(x_i) = u_i(y)$  ，所以可以将上式写作：

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2(y)}$$

# 合成不确定度表达的简化形式1

【例】  $y=x_1+x_2$ ，且  $x_1$  与  $x_2$  不相关，

$$u(x_1)=1.73\text{mm}, \quad u(x_2)=1.15\text{mm}。$$

则

$$u_c^2(y) = u^2(x_1) + u^2(x_2)$$

$$\begin{aligned} u_c(y) &= \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2)} \\ &= \sqrt{1.73^2 + 1.15^2} \text{mm} = 2.08\text{mm} \approx 2.1\text{mm} \end{aligned}$$

## 合成不确定度表达的简化形式2

**【规则2】** 只涉及积或商的模型，如果函数 $f$ 的表现形式为： $y = mx_1^{p_1} x_2^{p_2} \cdots x_n^{p_n}$ ，合成标准不确定度有：

$$u_{\text{rel}}(y) = \frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ p_i \frac{u(x_i)}{x_i} \right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n [p_i u_{\text{rel}}(x_i)]^2}$$

式中，式中， $m$ 是常数，指数 $p_i$ 可以是正数、负数或分数( $p_i$ 的不确定度可以忽略不计)， $u_{\text{rel}}(x_i) = u(x_i)/x_i$ 是相对标准不确定度。其灵敏系数 $|c_i| = |p_i|$ 。

上式给出的是相对合成标准不确定度，对于线函数的形式，采用相对标准不确定度进行评估比较方便。

$$y = mx_1^{p_1} x_2^{p_2} \cdots x_n^{p_n}$$

【例】  $y=x_1x_2$ ，  $x_1$ 和 $x_2$ 不相关

①应用规则2，采用相对标准不确定度，用方和根方法合成，输出量 $y$ 的相对合成标准不确定度为：

$$u_{\text{crel}}(y) = \sqrt{u_{\text{rel}}^2(x_1) + u_{\text{rel}}^2(x_2)}$$

②直接应用不确定度传播率

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = x_2 \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = x_1$$

$$\begin{aligned} u_{\text{crel}}(y) &= \frac{u_{\text{c}}(y)}{y} = \frac{\sqrt{x_2^2 u^2(x_1) + x_1^2 u^2(x_2)}}{x_1 x_2} \\ &= \sqrt{\frac{u^2(x_1)}{x_1^2} + \frac{u^2(x_2)}{x_2^2}} = \sqrt{u_{\text{rel}}^2(x_1) + u_{\text{rel}}^2(x_2)} \end{aligned}$$

**【例】**  $y=x_1/x_2$ ， $x_1$ 和 $x_2$ 不相关。

应用规则**2**，采用相对标准不确定度，用方和根方法合成，输出量**y**的相对合成标准不确定度为：

$$u_{c\text{rel}}(y) = \sqrt{u_{\text{rel}}^2(x_1) + u_{\text{rel}}^2(x_2)}$$

**【例】**  $y = \frac{x_1 x_2}{x_3}$ ，且各输入量相互独立无关。

已知： $x_1 = 80$ ， $x_2 = 20$ ， $x_3 = 40$ ； $u(x_1) = 2$ ， $u(x_2) = 1$ ， $u(x_3) = 1$ 。求合成标准不确定度  $u_c(y)$ 。

**【解】**

$$u_{\text{crel}}(y) = \frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{\left[\frac{u(x_1)}{x_1}\right]^2 + \left[\frac{u(x_2)}{x_2}\right]^2 + \left[\frac{u(x_3)}{x_3}\right]^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{2}{80}\right)^2 + \left(\frac{1}{20}\right)^2 + \left(\frac{1}{40}\right)^2} = 0.061$$

$$y = \frac{x_1 x_2}{x_3} = \frac{80 \times 20}{40} = 40$$

$$u_c(y) = y \times u_{\text{crel}}(y) = 40 \times 0.061 = 2.44$$

## 合成不确定度的自由度 $\nu$

合成标准不确定度  $u_c(y)$  的自由度称为有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$ 。如果  $u_c^2(y)$  是两个或多个估计方差分量的合成，即  $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)$  则通常可以认为它服从  $t$  分布，其有效自由度用韦尔奇 - 萨特思韦特 (Welch - Satterthwaite) 公式计算：

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}}$$

式中， $\nu_i$  是  $u(x_i)$  自由度。显然有： $\nu_{\text{eff}} \leq \sum_{i=1}^N \nu_i$

也可用于计算相对合成标准不确定度的自由度，这时有：

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{[u_c(y)/y]^4}{\sum_{i=1}^N \frac{[p_i u(x_i)/x_i]^4}{\nu_i}} = \frac{[u_{\text{rel}}(y)]^4}{\sum_{i=1}^N \frac{[p_i u_{\text{rel}}(x_i)]^4}{\nu_i}}$$

## 合成不确定度的自由度 $\nu$

**【例】** 已知某量由不相关的4个不确定度分量所组成，各分量的值和自由度分别为

$$u_1 = 10.0 \qquad \nu_1 = 5$$

$$u_2 = 10.0 \qquad \nu_2 = 5$$

$$u_3 = 10.0 \qquad \nu_3 = 5$$

$$u_4 = 10.0 \qquad \nu_4 = 5$$

求合成标准不确定度及其有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$ 。

## 合成不确定度的自由度 $\nu$

**【解】** 由于各不确定度分量互不相关，用方和根方法求合成标准不确定度

$$\begin{aligned}u_c &= \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} \\ &= \sqrt{10.0^2 + 10.0^2 + 10.0^2 + 10.0^2} = 20.0\end{aligned}$$

得到有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$ 。

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4}{\nu_1} + \frac{u_2^4}{\nu_2} + \frac{u_3^4}{\nu_3} + \frac{u_4^4}{\nu_4}} = 20$$

## (七) 扩展不确定度的评估

### 输出量的分布特征

- 合成标准不确定度评估的基本过程是由各个标准不确定度分量  $u_c(y) = c_j u(x_j)$ ，通过计算求出合成标准不确定度  $u_c(y)$ 。值得指出的是：
  - (1) 各输入量  $X_j$  可能服从不同的分布(如正态分布、均匀分布、三角分布等)，对应于每一个输入量  $X_j$  有三个参量，即标准不确定度  $u(x_j)$ 、自由度  $\nu_j$  及其分布特征。
  - (2) 输出量(被测量)  $Y$  也具有三个参量，即合成标准不确定度  $u_c(y)$ 、有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$  以及其分布特征。

## 输出量的分布特征

很明显，合成标准不确定度  $u_c(\mathbf{y})$  及其有效自由度  $\nu_{\text{eff}}$  可以由相应的数学公式计算给出。问题是，输出量  $Y$  服从什么分布？对于这个问题，统计学中有系统的论述。

如果，

$$Y = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \cdots + c_N X_N = \sum_{i=1}^N c_i X_i$$

以及所有的  $X_i$  是用正态分布表征的，则  $Y$  的卷积分布的结果也是正态分布的。而且，即使  $X_i$  的分布不是正态分布，随着测量样本容量  $N$  的增大，样本平均值的分布将逐渐变形而趋近于一个正态分布。

如果输出量(被测量)  $Y = X_1 + X_2$ ，其中  $X_1$  服从正态分布，而  $X_2$  服从均匀分布，且  $u(x_1)$  比  $u(x_2)$  小很多，则可认为输出量  $Y$  较多地具有均匀分布的特征。

# 扩展不确定度

- 扩展不确定度的表示方式分为两种，即  $U$  和  $U_p$ 。  $U$  表示标准偏差的倍数，  $U_p$  表示具有置信概率  $p$  的置信区间的半宽度。两者的含义是不同的，必要时应采用符号下标加以区别。
- 扩展不确定度  $U$  由合成标准不确定度  $u_c(y)$  乘以包含因子  $k$  得到  $U = k u_c(y)$ ，测量结果可表示为  $Y = y \pm U$ ，  $y$  是被测量  $Y$  的最佳估计值，被测量  $Y$  的可能值以较高的置信概率(或置信水平或置信水准)落在区间  $[y - U, y + U]$  内。即  $y - U \leq Y \leq y + U$ 。
- 对于任一给定的置信概率或置信水准  $p$ ，扩展不确定度  $U_p$  表示为  $U_p = k_p u_c(y)$

# 1.不计算自由度时扩展不确定度的表示方法

- 当 $y$ 及 $u_c(y)$ 所表征的概率分布近似为正态分布，且 $u_c(y)$ 的有效自由度较大时，在合成标准不确定度 $u_c(y)$ 确定后，乘以一个包含因子 $k$ ，即

$$U = ku_c(y)$$

可以期望在 $y-U \leq Y \leq y+U$ 的区间包含了测量结果可能值的较大部分。一般取 $k=2\sim 3$ ，在大多数情况下取 $k=2$ 。当取其他值时，应说明其来源。

(1) 取  $U = 2u_c(y)$  时，置信概率近似为**95%**。

(2) 取  $U = 3u_c(y)$  时，置信概率近似为**99%**。

## 2.计算自由度时扩展不确定度的表示方法

- 如果  $u_c(y)$  的自由度较小，并要求置信区间具有规定的置信水平(或置信水准或置信概率) $p$ ，当按中心极限定理估计其分布接近正态分布时，采用  $t$  分布临界值。

将  $u_c(y)$  乘以给定概率  $p$  的包含因子  $k_p$ ，从而得到扩展不确定度  $U_p$ 。可以期望在  $y-U_p$  至  $y+U_p$  的区间内，以概率  $p$  包含了测量结果可能。  $k_p = t_p(v_{\text{eff}})$ ，一般采用  $p$  值为 **95%** 和 **99%**。多数情况下，采用  $p = 95%$ 。也可根据有关规定采用  $p = 99%$ 。当  $v_{\text{eff}}$  充分大，可近似认为  $k_{95} = 2$ ，  $k_{99} = 3$ ，从而分别给出

$$U_{95} = 2u_c(y) \quad U_{99} = 3u_c(y)$$

## 扩展不确定度

【例】由于数学模型 $y=f(x_1, x_2, x_3)=bx_1x_2x_3$ 是乘积关系，则可采用相对标准不确定度进行合成。估计值 $x_1, x_2, x_3$ 是分别为 $n_1=10, n_2=5$ 和 $n_3=15$ 次独立观测值的算术平均值，其相对标准不确定度分别为

$$u_{\text{rel}}(x_1) = u(x_1)/x_1 = 0.25\%$$

$$u_{\text{rel}}(x_2) = u(x_2)/x_2 = 0.57\%$$

$$u_{\text{rel}}(x_3) = u(x_3)/x_3 = 0.82\%$$

求结果的具有**95%**置信水准的扩展不确定度。

**【解】 (1) 合成标准不确定度为**

$$u_{\text{crel}}(y) = \frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{\left[\frac{u(x_1)}{x_1}\right]^2 + \left[\frac{u(x_2)}{x_2}\right]^2 + \left[\frac{u(x_3)}{x_3}\right]^2}$$
$$= \sqrt{0.25^2 + 0.57^2 + 0.82^2} \% = 1.03\%$$

**(2) 各分量自由度分别为  $\nu_1 = n_1 - 1 = 9$ ,  $\nu_2 = n_2 - 1 = 4$  和  $\nu_3 = n_3 - 1 = 14$ 。得**

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{[u_{\text{crel}}(y)]^4}{\sum_{i=1}^3 \frac{[p_i u_{\text{rel}}(x_i)]^4}{\nu_i}} = \frac{1.03^4}{\frac{0.25^4}{10-1} + \frac{0.57^4}{5-1} + \frac{0.82^4}{15-1}} = 19.0$$

**(3) 取置信概率  $p=95\%$ , 根据  $\nu_{\text{eff}}=19$ , 查  $t$  分布表得到  $t_{95}(\nu_{\text{eff}}) = t_{95}(19) = 2.09$ 。故**

$$U_{\text{rel}} = k_{95} u_{\text{crel}}(y) = t_{95}(19) u_{\text{crel}}(y) = 2.09 \times 1.03\% = 2.2\%$$

### 3. 其它分布的扩展不确定度的表示方法

- 如果可以确定被测量  $Y$  可能值的分布不是正态分布，而是接近于其他分布，则绝不应取  $k=2\sim 3$  或  $k_p = t_p(\nu_{\text{eff}})$ 。例如，当  $Y$  可能值近似为均匀分布，则包含因子  $k_p$  与  $U_p$  之间的关系如下

对于  $U_{95}$ ,  $k_p=1.65$

对于  $U_{99}$ ,  $k_p=1.71$

## (八) 测量结果及其不确定度报告

### 测量结果及其不确定度报告

完整的测量结果含有两个基本量，一是被测量  $Y$  的最佳估计值  $y$ ，通常由数据测量列的算术平均值给出，另一个就是描述该测量结果分散性的量，即测量不确定度。它实际上是测量过程中来自测量设备、人员、测量方法、环境及被测物品所有的不确定度因素的集合，一般以合成标准不确定度  $u_c(y)$ 、扩展不确定度  $U(y)$  或它们的相对形式  $u_{crel}(y) = u_c(y)/|y|$  ( $|y| \neq 0$ )、 $U_{rel}(y) = U(y)/|y|$  ( $|y| \neq 0$ ) 给出。

## 测量结果及其不确定度报告

- (1) 被测量  $Y$  的最佳估计值  $y$  一般是有量纲的量，如 **200mm**，**12.06g** 等。对于量纲 1 的量，其测量结果的表达为一个数。
- (2) 测量不确定度以  $u_c(y)$  或  $U(y)$  的形式给出时，具有与被测量  $Y$  的最佳估计值  $y$  相同的量纲，如  **$u_c(y)=0.04\text{mm}$** ， **$U(y)=0.08\text{mm}$**  等。若测量不确定度以  $u_{c\text{rel}}(y)$  或  $U_{\text{rel}}(y)$  的形式给出时，都是无量纲的量。例如  **$U_{\text{rel}}(y)=4\times 10^{-4}$** 。当以相对形式表示测量不确定度时，置信区间半宽度由相对测量不确定度乘以最佳估计值得到。

# 测量结果不确定度报告的信息

- 对于比较重要的测量，不确定度的报告一般包括以下内容：
  - ① 有关输入量与输出量的函数关系以及灵敏系数 $c_j$ 。
  - ② 修正值和常数的来源及其不确定度。
  - ③ 输入量 $X_j$ 的实验观测数据及其估计值 $x_j$ ，标准不确定度 $u(x_j)$ 的评定方法及其量值、自由度 $\nu_j$ ，并将它们列成表格。
  - ④ 对所有相关输入量给出其协方差或相关系数 $r$ 及其获得方法。
  - ⑤ 测量结果的数据处理程序，该程序应易于重复，必要时报告结果的计算应能独立重复。

# 测量结果不确定度报告的信息

- 工业生产、商业等日常的大量测量，一般不要求提供测量不确定度。

例如去商场购买**1m**布和**1kg**水果等。不过前提条件是所使用的计量器具是经过检定的并处于合格状态，其测量程序有技术文件明确规定。例如上例中使用的尺子和秤等应满足相应的技术要求。

# 测量结果不确定度报告的信息

- 证书上的校准结果或修正值应给出测量不确定度。

这一条对计量部门和校准实验室尤为重要。报告中供的信息量的多少随测量的性质不同而有所变化。如国家基准的测量不确定度报告应包含较多的信息，一般的校准实验室和检测实验室，只需要提供被测量的最佳估计值及测量不确定度即可。需要指出，所有报告的信息应是最新信息，例如测量方法发生变化后，包括实验室采用的标准方法发生变化后，以使提供的信息与实际使用的测量程序相一致。

# 测量结果不确定度报告的信息

- 有时信息量的多少由用户的具体要求给出。
- 符合**CNAS**的相关政策和规定。

# 扩展不确定度报告

## 1. 适用范围

除某些特殊要求的情况之外，一般情况下都采用扩展不确定度  $U$ 、 $U_{rel}$  或  $U_p$ 、 $U_{prel}$  报告测量结果的不确定度。

# 扩展不确定度报告

## 2. 报告包含的内容

当用扩展标准不确定度 $U$ 或 $U_p$ 报告测量结果的不确定度时，除提供第一节所述信息外，还应做到：

- (1) 给出被测量 $Y$ 是如何定义的充分描述。
- (2) 给出被测量 $X$ 的估计值 $y$ 及扩展标准不确定度 $U$ 或 $U_p$ ； $U$ 或 $U_p$ 都应给出单位。
- (3) 必要时，可以相对扩展标准不确定度 $U_{\text{rel}}(y) = U(y)/|y|$  ( $|y| \neq 0$ )。
- (4) 对 $U$ 应给出包含因子 $k$ ，对应明确置信水平(或置信水准或置信概率) $p$ ，JJF 1059-1999推荐给出有效自由度 $\nu_{\text{eff}}$ ，以便于不确定度传播到下一级。

# 扩展不确定度报告

## 3、扩展不确定度报告基本形式

(1) 采用形式  $U=ku_c(y)$  报告测量结果的不确定度

取包含因子  $k=2$ ，扩展不确定度为

$$U=ku_c(m_s)=2\times 0.35\text{mg}=0.70\text{mg},$$

测量结果不确定度报告有以下两种形式：

①  $m_s=100.021\ 47\text{g}$ ， $U=0.70\text{mg}$ ； $k=2$ 。

②  $m_s=(100.021\ 47\pm 0.000\ 70)\text{g}$ ； $k=2$ 。

### 3、扩展不确定度报告基本形式（续）

**(2) 采用形式  $U_p = k_p u_c(y)$  报告测量结果不确定度**

①  $m_s = 100.021\ 47\text{g}$ ,  $U_{95} = 0.70\text{mg}$ ;  $\nu_{\text{eff}} = 9$ 。

②  $m_s = (100.021\ 47 \pm 0.000\ 70)\text{g}$ ;  $\nu_{\text{eff}} = 9$ , 括号内第二项为  $U_{95}$  之值。

③  $m_s = 100.021\ 47(79)\text{g}$ ;  $\nu_{\text{eff}} = 9$ , 括号内为  $U_{95}$  之值, 其末位与前面结果末位数对齐。

④  $m_s = 100.021\ 47(0.000\ 79)\text{g}$ ;  $\nu_{\text{eff}} = 9$ , 括号内为  $U_{95}$  之值, 与前面结果有相同计量单位。

## 注意事项

- ① 被测量 $X$ 的估计值 $y$ 与扩展标准不确定度的数值的有效位数应一致。
- ② 报告中置信概率(或置信水平或置信水准)的表述，  
如 $U_{95}$ ， $U_{99}$ 对应的置信概率为**95%**，**99%**，一般不使用**95.45%**，**99.73%**，也不使用**0.95**，**0.99**表述。
- ③ 国内外计量界过去常常用 **$p=99.73\%$** ，所谓 **$3\sigma$** 的置信概率。实际上，只有在理论上是正态分布形式，而且重复测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时， **$p=99.73\%$** 才有可能。所以，今后在实际应用中，即使 **$k=3$** ，也只能给出 **$p=99\%$** 。在工业技术领域，通常只采用 **$p=95\%$** ，这时**ISO**的一些技术标准中所推荐的。当技术规范中对置信概率(或置信水平或置信水准)有明确规定时，则执行其规定。

## 测量不确定度应与测量结果的有效位数一致

输入量和输出量的估计值，应修约到与它们不确定度的位数一致。如， $y=10.057\ 62\Omega$ ， $u_c(y)=27\text{m}\Omega$ ，则 $y$ 应进位到 **$10.058\Omega$** 。如果相关系数的绝对值接近1时，应给出三位有效数字。

现仍以质量为 $m_s$ 的标准砝码的测量结果不确定度报告为例，例如测量结果为 **$m_s=100.021\ 47\text{g}$** ，合成标准不确定度 **$u_c(m_s)$ 为 **$0.35\text{mg}$**** 。这种表示方法是正确的。

如果 **$m_s=100.021\ 47\text{g}$** ，扩展不确定度为 **$U=0.7\text{mg}$** 。则应该将测量结果修约为 **$m_s=100.021\ 4\text{g}$** 。

如果 **$m_s=100.021\ 47\text{g}$** ，扩展不确定度为 **$U=0.017\text{mg}$** 。则应该将测量结果修约为 **$m_s=100.021\ 470\text{g}$** 。

## ④修约注意事项

### (a) 不许连续修约

在确定修约间隔后，应一次修约获得结果而不能多次修约。

- 例如：对**15.4546mm**修约，修约间隔为**1mm**
- 正确修约：**15.4546mm**→**15mm**。
- 错误修约：**15.4546mm**→**15.455mm**。  
→**15.46mm** →**15.5mm** →**16mm**。

## ④修约注意事项

### (b) 相对不确定度的修约

当不确定度以相对形式给出时，不确定度也应最多保留两位有效数字。此时，测量结果的修约应将由相对形式返回到绝对形式，同样至多保留两位，再修约相应的测量结果。

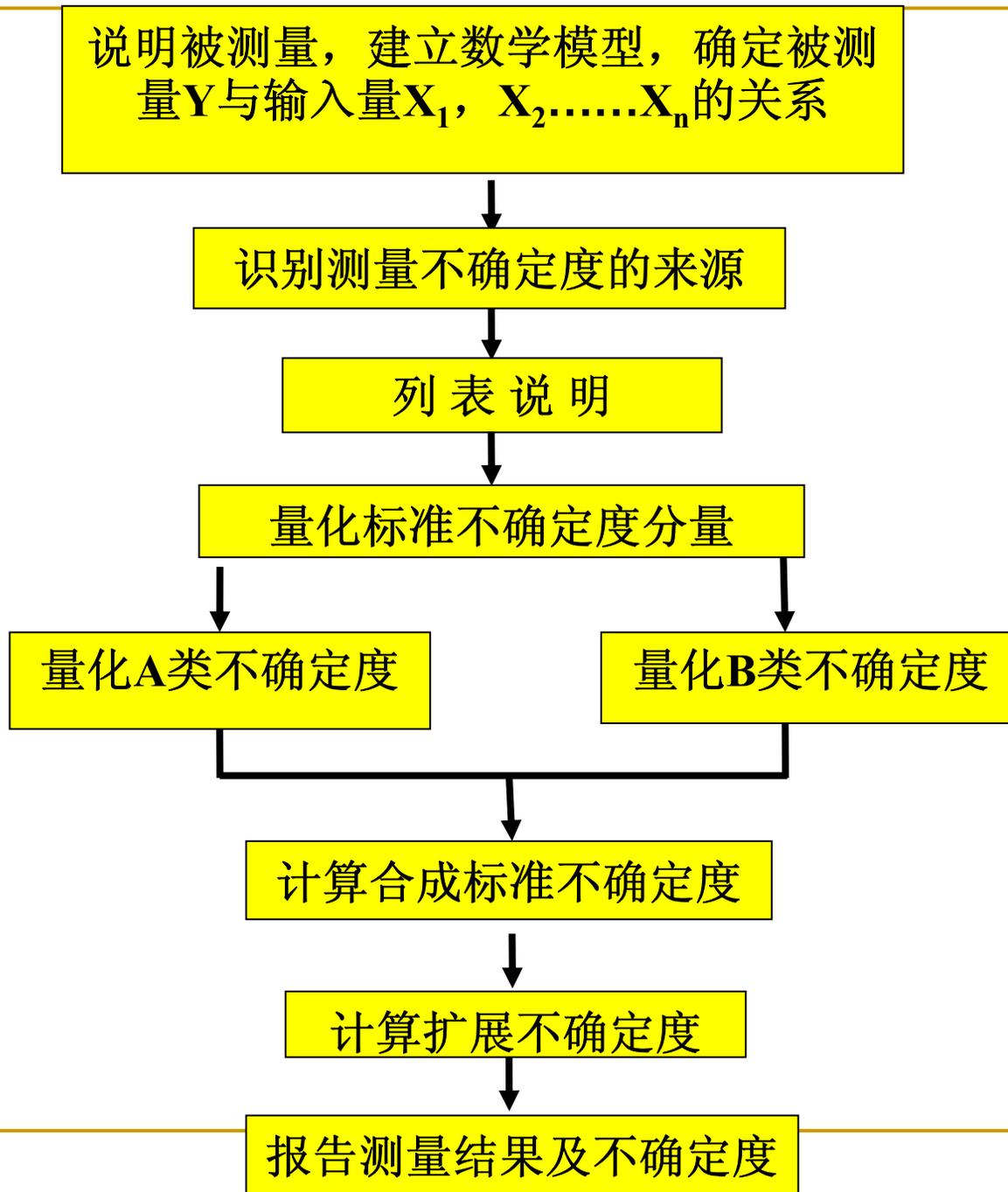
■例如，质量为 $m_s$ 的标准砝码的测量结果为

$$m_s = 100.021\ 474\ 6\text{g}$$

其相对扩展不确定度为 $U_{95\text{rel}} = 7.94 \times 10^{-6}$ ，保留两位有效数字，修约成两位为 $U_{95} = 7.9 \times 10^{-4}\text{g}$ ，故得

$$m_s = 100.021\ 47\text{g};\ U_{95\text{rel}} = 7.9 \times 10^{-6}。$$

# 不确定度评估一般程序



# 三、火花源发射光谱法测定低合金钢测量结果不确定度评估规范

- (一) 数学模型的建立
- (二) 不确定度来源的识别
- (三) 不确定度分量的评估
- (四) 合成标准不确定度的评定
- (五) 扩展不确定度的评定
- (六) 测量结果及不确定度表达

参见：[CSM 01 01 01 05-2006](#)

# 数学模型的建立

- 采用火花源发射光谱分析法测量钢铁中各被测元素的质量分数，元素的质量分数直接在光谱仪上通过工作曲线由计算机读出， $w_M = c$ 式中 $w_M$ 为元素的质量分数， $c$ 为从工作曲线上计算得的样品中该元素的含量。
- 当测量的光谱强度（或相对强度）与样品中被测元素含量呈线性关系时，可用线性方程下式表示。

$$I = a + bc$$

式中： $I$ ——仪器的测量的光谱强度（或相对强度）；  
 $a$ ——工作曲线截距；  
 $b$ ——工作曲线斜率；  
 $c$ ——样品中元素（成分）的浓度。

# 不确定度来源的识别

- 测量结果的重复性；
- 工作曲线的变动性；
- 标准物质标准值的不确定度；
- 高低标校正产生的变动性；
- 被测样品基体不一致引起的不确定度。

在进行不确定度来源的识别和描述时要恰当估计其不确定度的主要分量和次要分量，以便抓住主要分量进行合理评定

# 不确定度分量的评定（A类评定）

## ■ 测量重复性不确定度分量的评定

根据重复测量数据计算其重复性标准不确定度和相对标准不确定度。当无重复测量数据时，可引用测试方法重复性限 $r$ ，或历史上同条件下操作的测量数据来估计其重复性标准不确定度。

# 不确定度分量的评定（B类评定）

- 工作曲线变动性不确定度分量的评定
- 标准物质不确定度分量的评定
- 高低标校正产生的变动性
- 内标元素浓度不一致引起的不确定度
- 其他影响因素

测量过程中光电倍增管增益的变动性、暗电流的变动性都可引起测量元素光强的变化。在样品测量时，这些变化亦已体现在工作曲线和被测样品的重复测量的变动性中，不再评估。

由于仪器光谱强度的读数数以千计、万计，光强读数的变动在十位数变化，因此仪器显示值分辨力的标准不确定度可以忽略不计。

# 合成标准不确定度的评定

- 各不确定度分量不相关，以各分量的相对标准不确定度的方和根求相对合成标准不确定度：

$$u_{crel}(w_M) = \sqrt{u_{rel}^2(s_C) + u_{rel}^2(c) + u_{rel}^2(c_B) + u_{rel}^2(A) + u_{rel}^2(F\theta)}$$

- 由相对合成标准不确定度计算合成标准不确定度：

$$u_c(w_M) = w_M \times u_{crel}(w_M)$$

# 扩展不确定度的评定

- 通常取**95%**置信水平，包含因子 **$k=2$** ，计算扩展不确定度

$$U = u_c(w_M) \times 2$$

# 测量结果及不确定度表达

- 测量结果的不确定度以扩展不确定度表示。通常扩展不确定度与测量结果一起表示，并说明包含因子k值。

例如，用火花源发射光谱法测定某低合金钢中锰的质量分数为0.526%，评定的扩展不确定度U为0.014%，则锰量的测量结果及不确定度可表示为：

$$w_{Mn} = (0.526 \pm 0.014)\%, \quad k=2;$$

$$w_{Mn} = 0.526\%, \quad U=0.014\%, \quad k=2$$

## 四、与不确定度有关的认可公开文件

1. **CNAS-CL07: 2006** 《测量不确定度评估和报告通用要求》
2. **CNAS-CL08: 2006** 《评价和报告测量结果与规定限量符合性的要求》
3. **CNAS-GL05: 2006** 《测量不确定度要求的实施指南》
4. **CNAS-GLxx: 2007** 《最佳测量能力评定指南》
5. **CNAS-GL06: 2006** 《化学分析中不确定度的评估指南》
6. **CNAS-GL07: 2006** 《电磁干扰测量中不确定度的评估指南》
7. **CNAS-GL08: 2006** 《电器领域不确定度的评估指南》
8. **CNAS-GL10: 2006** 《材料理化检验测量不确定度评估指南及实例》

# CNAS-CL07:2006 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍

**5.1 CNAS** 在认可实验室的技术能力时，必须要求校准实验室和开展自校准的检测实验室制定测量不确定度评估程序并将其用于**所有类型**的校准工作，必须要求检测实验室制定与检测工作特点相适应的测量不确定度评估程序，并将其用于**不同类型**的检测工作。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.2 CNAS**在认可实验室时应要求实验室组织校准或检测系统的设计人员或熟练操作人员评估相关项目的测量不确定度，要求具体实施校准或检测人员正确应用和报告测量不确定度。还应要求实验室建立维护评估测量不确定度有效性的机制。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.3** 对于校准实验室，其测量不确定度的评定程序和方法应符合有关规定，对用于校准和自校准所建立的计量标准和校准方法均须提供测量不确定度评定评估报告，对承担量值传递的标准和仪器设备，应在其校准证书上报告测量不确定度。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.4 检测实验室应有能力对每一项有数值要求的测量结果进行测量不确定度评估。当不确定度与检测结果的有效性或应用有关<sup>①</sup>、或在用户有要求时<sup>②</sup>、或当不确定度影响到对规范限度的符合性时<sup>③</sup>、当测试方法中有规定时<sup>④</sup>和 CNAS 有要求时<sup>⑤</sup>（如认可准则在特殊领域的应用说明中有规定），检测报告必须提供测量结果的不确定度。**

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.5** 检测实验室必须建立测量不确定度的评估程序。对于不同的检测项目和检测对象，可以采用不同的评估方法。

**5.6** 检测实验室在采用新的检测方法之前，应制定相关项目的测量不确定度的评估方法。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.7** 检测实验室对所采用的非标准方法、实验室自己设计和研制的方法、超出预定使用范围的标准方法以及经过扩展和修改的标准方法重新进行确认，其中应包括对测量不确定度的评估。

**5.8** 对于某些广泛公认的检测方法，如果该方法规定了测量不确定度主要来源的极限值和计算结果的表示形式时，实验室只要按照该检测方法的要求操作，并出具测量结果报告，即被认为符合本要求。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.9** 由于某些检测方法的性质，决定了无法从计量学和统计学角度对测量不确定度进行有效而严格的评估，这时至少应通过分析方法，列出各主要的不确定度分量，并作出合理的评估。同时应确保测量结果的报告形式不会使用户造成对所给测量不确定度的误解。若检测结果不是用数值表示或者不是建立在数值基础上（如合格/不合格，阴性/阳性，或基于视觉和触觉等的定性检测），则不要求对不确定度进行评估，但鼓励实验室在可能的情况下了解结果的可变性。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.10** 检测实验室测量不确定度评估所需的严密程度取决于：

- a)** 检测方法的要求；
- b)** 用户的要求；
- c)** 用来确定是否符合某规范所依据的误差限的宽窄。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.11** 为了便于用户比较实验室的能力和水平，对于一般应用，扩展不确定度应对应 **95%** 的置信水平。在表述实验室的能力时，一般采用最佳测量能力，即根据日常校准或检测系统，被校或被测样品接近理想状态时评估的最小测量不确定度。在校准证书或检测报告上应出具测量结果的不确定度。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.12** 报告测量不确定度时要避免使用过多的数字。除非另外规定，初步结果应该四舍五入成与测量不确定度一致的重要数字。当检测方法规定了修约水平，而且这一水平意味着会产生比实际测量不确定度大的值时，由于修约而带来的不确定度应该报告在结果中；另一方面，如果实际不确定度比报告要求的不确定度大时，实验室应该在报告中对测量不确定度的计算进行说明。

# 《测量不确定度评估和报告通用要求》介绍（续）

**5.13** 医学实验室测量结果不确定度（包括计量单位）的表达有其行业目前公认的方式和方法，**CNAS** 承认该行业国际公认的和政府管理部门承认的表达方式和方法。

# CNAS-CL08：2006《评价和报告测量结果与规定限量符合性的要求》介绍

在检测领域，实验室要通过检测来评价被测物品是否符合规范(**specification**)或技术产品标准规定的技术要求。

在计量检定/校准领域，实验室要通过检定/校准来评价测量器具是否符合技术规范(**specification**)或测量器具说明书规定的技术要求。

**ISO/IEC 17025:2005**《检测和校准实验室能力通用要求》在要素**5.10**“结果报告”中，要求实验室应向客户提供测量结果及其不确定度的声明，并且应客户的要求，还需评价测量结果与规范中规范限的符合性。

# 1、符合性评价的有关名词术语

## ●(测量设备)的最大允许误差(MPE)

对给定的测量设备，由技术规范、检定规程等所允许的误差极限值。

## ●(技术)规范 specification

对被测物品的公差限或测量设备特性的最大允许误差(MPE)的要求

## ●规范限 specification limits

被测物品的公差限或测量设备最大允许误差。

## ●上规范限(USL) upper specification limit

给定下列规定值之一：被测物品公差限的上界限；或测量设备特性允许误差值的上界限。

## ● 下规范限(LSL) lower specification limit

给定下列规定值之一：被测物品公差限的下界限；或  
测量设备特性允许误差值的下界限

## ● 规范范围 specification interval

### 规范区 specification zone

被测物品或测量设备的特性在规范限之间(含规范限  
在内)的一切变动值

## ● 测量结果的完整表述( $y$ )

包括扩展不确定度( $U$ )的测量结果，用下式给出

$$y' = y \pm U$$

式中， $y$ ——测量结果；

$U$ ——测量结果的扩展不确定度。

## 2、测量不确定度对符合性评价的影响

完整的测量结果( $y$ )含有两个基本量，一是被测量  $Y$  的最佳估计值  $y$ ，通常由数据测量列的算术平均值给出，另一个就是描述该测量结果分散性的量，即测量不确定度。包括扩展不确定度( $U$ )的测量结果，用下式给出

$$y' = y \pm U \quad (3.1)$$

式中， $y$ ——测量结果；

$U$ ——测量结果的扩展不确定度。

$$U = k u_c \quad (3.2)$$

式中， $k$ ——包含因子，当没有特别注明时， $k=2$ ；

$u_c$ ——合成标准不确定度。

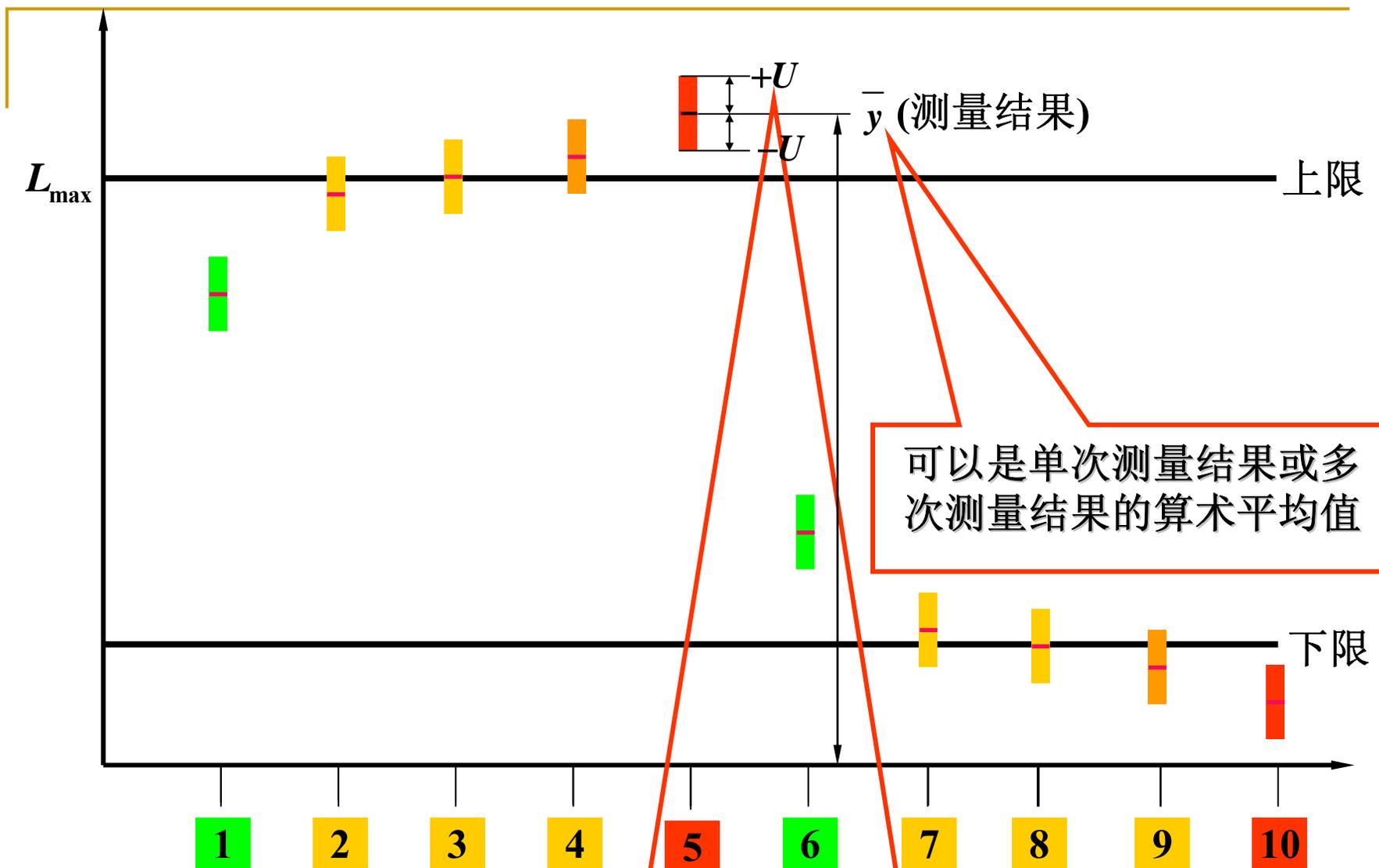


图3.1 与规范中规定限量的符合性评价的各种情况

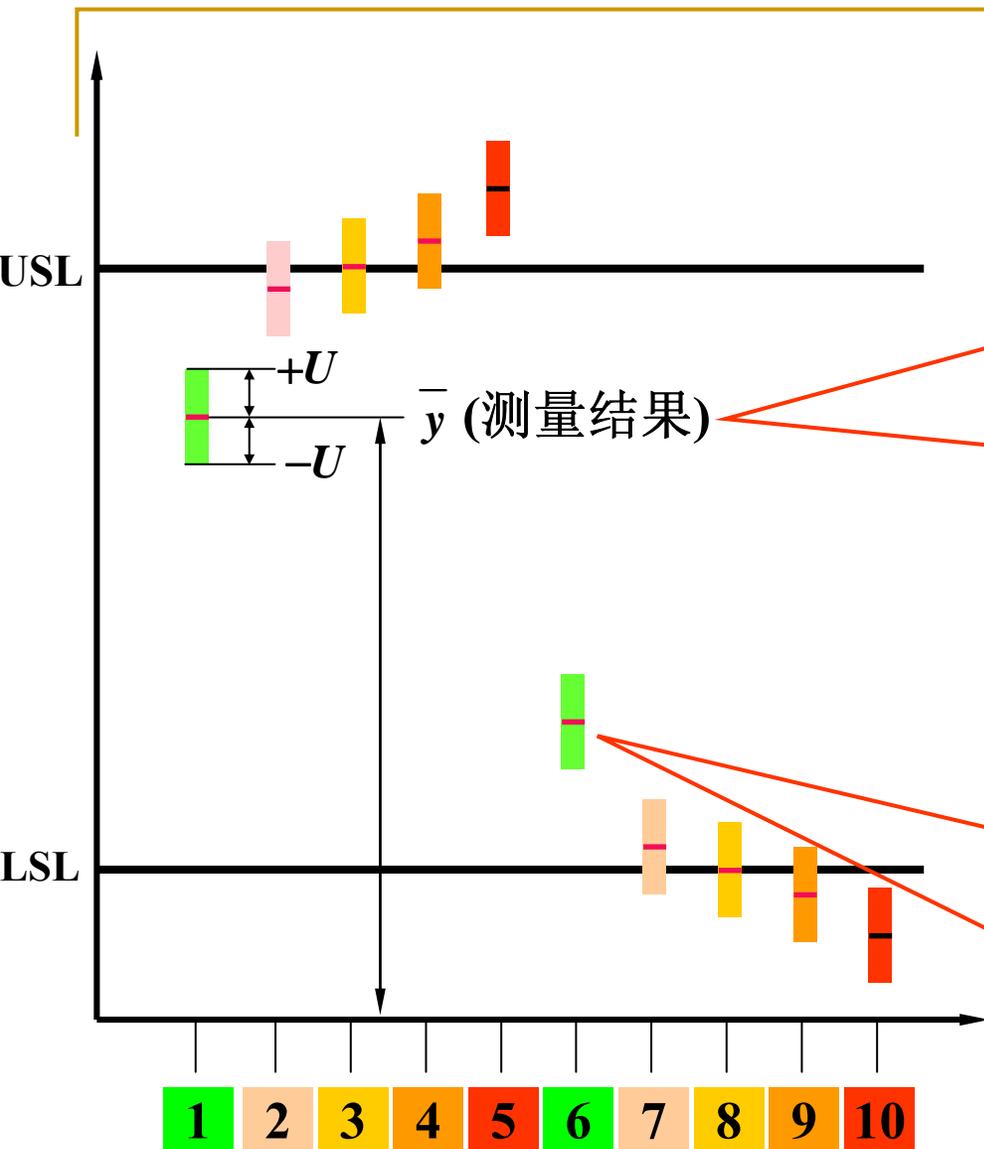
通常规定扩展不确定度 $U$ 的置信概率 $p \approx 95\%$ , 包含因子 $k=2$

### 3、CNAS推荐的符合性评价规则

当测量执行一个规定的**技术规范**，并且客户或该规范要求做出**符合性说明**时，结果报告必须包含某种说明，以指出测量结果是否符合该规范。

最简单的情况是技术规范明确说明，将不确定度以给定置信水准扩展后，检测结果(**y**)将落在定义的规范限内或规范限外。对这些情况，可以直接给出符合性或不符合性评价(图**3.1**中情况**1**，**5**和**6**，**10**)。

在更多的情况下，技术规范要求在证书或报告中做出合性说明，但是并没有指明要考虑不确定度对符合性评价的影响。在这种情况下，适合于供用户做出符合性判断，但是，据此做出的检测结果并没有考虑不确定度。这就是通常所说的“**风险共担**”(shared risk)，因为在使用相同的测量方法测量之后该产品可能并不满足规范要求，从而使最终用户承担某种风险。在这种情况下，有一个隐含的假设，即相同测量方法的不确定度是可以接受的，更重要的是在必要时不确定度是可以评价的。国家法规可以否决“风险共担”原则，并将不确定度引起的风险加于其中一方。



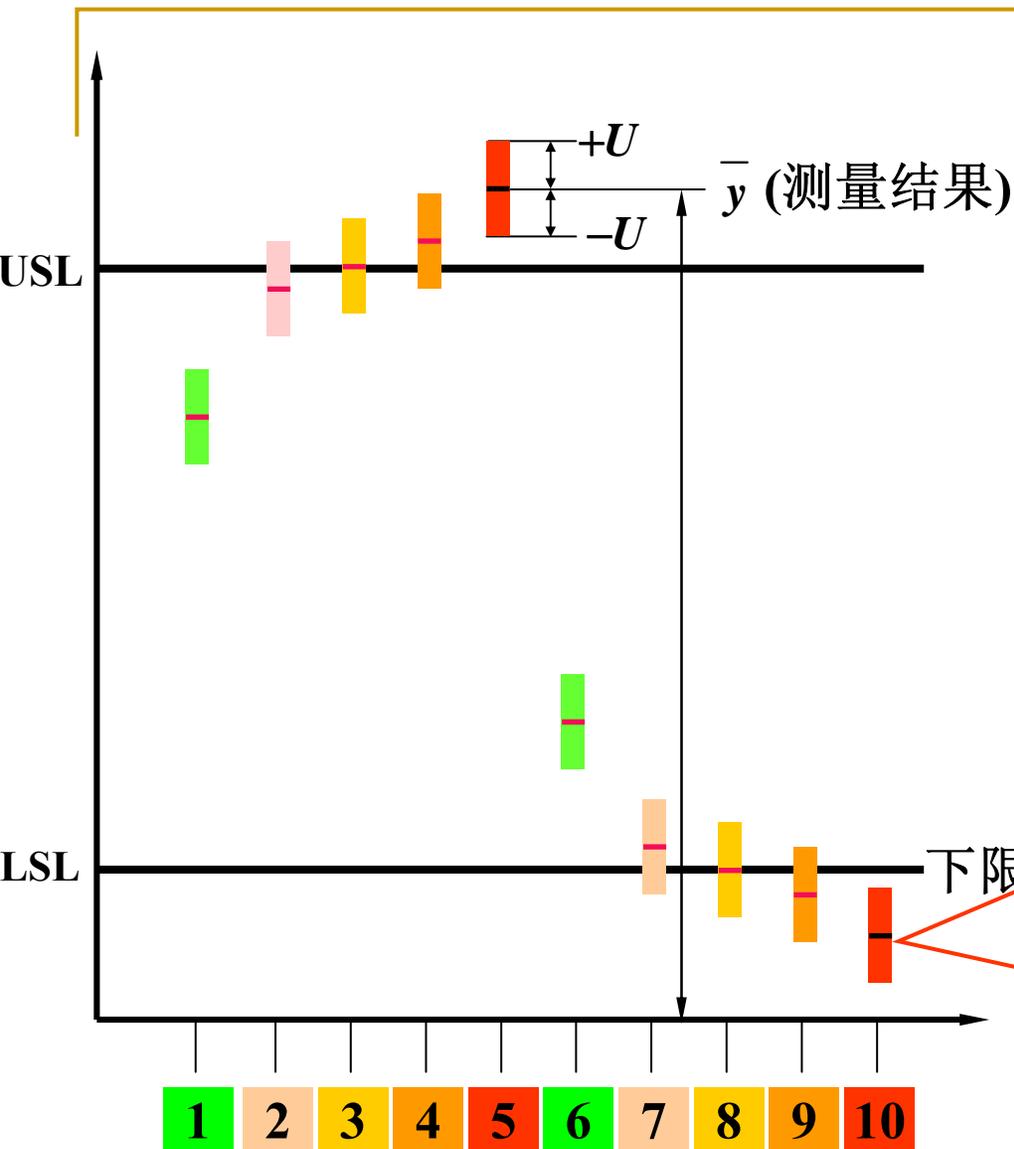
### 情况1:

向上扩展不确定度区间半宽度后，测量结果仍低于上限，则产品符合规范。

### 情况6:

向下扩展不确定度区间半宽度后，测量结果仍高于下限，则产品符合规范。

与规范中规定限量符合性评价的情况1和6



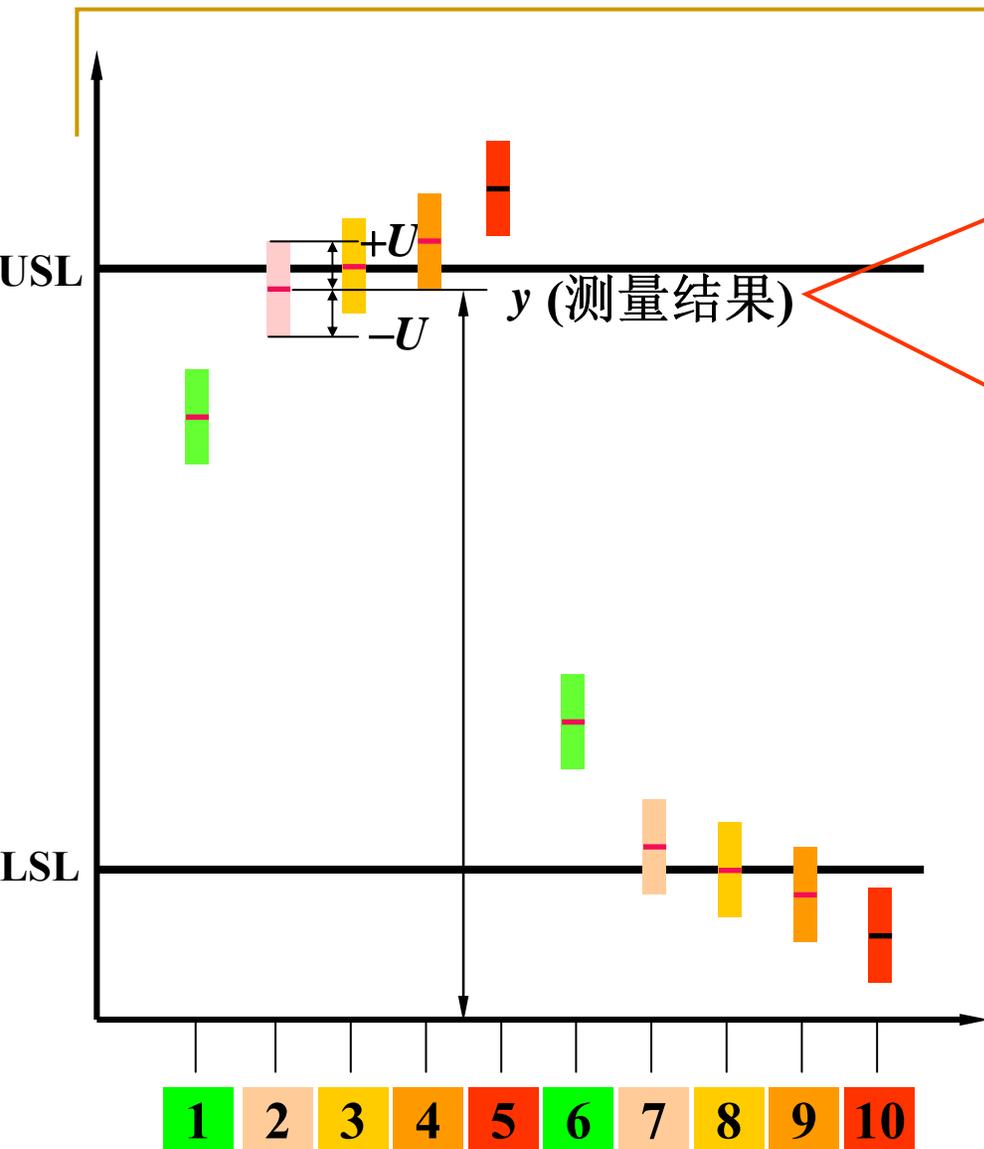
### 情况5:

向下扩展不确定度区间半宽度后，测量结果仍高于上限，则产品不符合规范。

### 情况10:

向上扩展不确定度区间半宽度后，测量结果仍低于下限，则产品不符合规范。

与规范中规定限量符合性评价情况5和10



## 情况2:

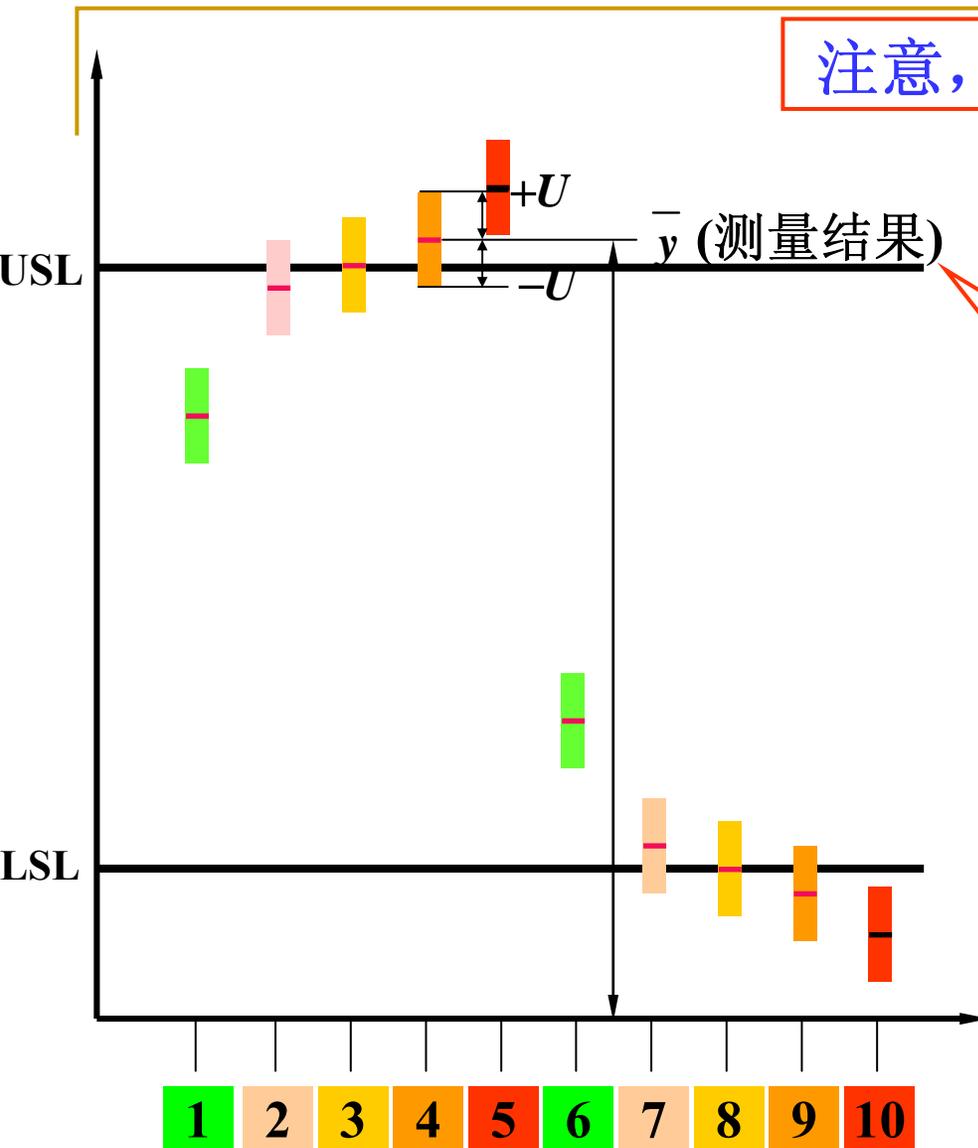
测量结果( $y$ )低于上规范限 $USL$ 并有一富余量( $USL - y$ ), 但是富余量小于扩展不确定度区间半宽度( $U$ ), 即( $USL - y$ ) <  $U$ 。因此不可能做出符合性声明。

但是, 在可以接受低于95%置信水准的情况下, 则有可能做出符合性声明

注意, 这将增加风险!

与规范中规定限量符合性评价的情况2

注意，这将增加风险！

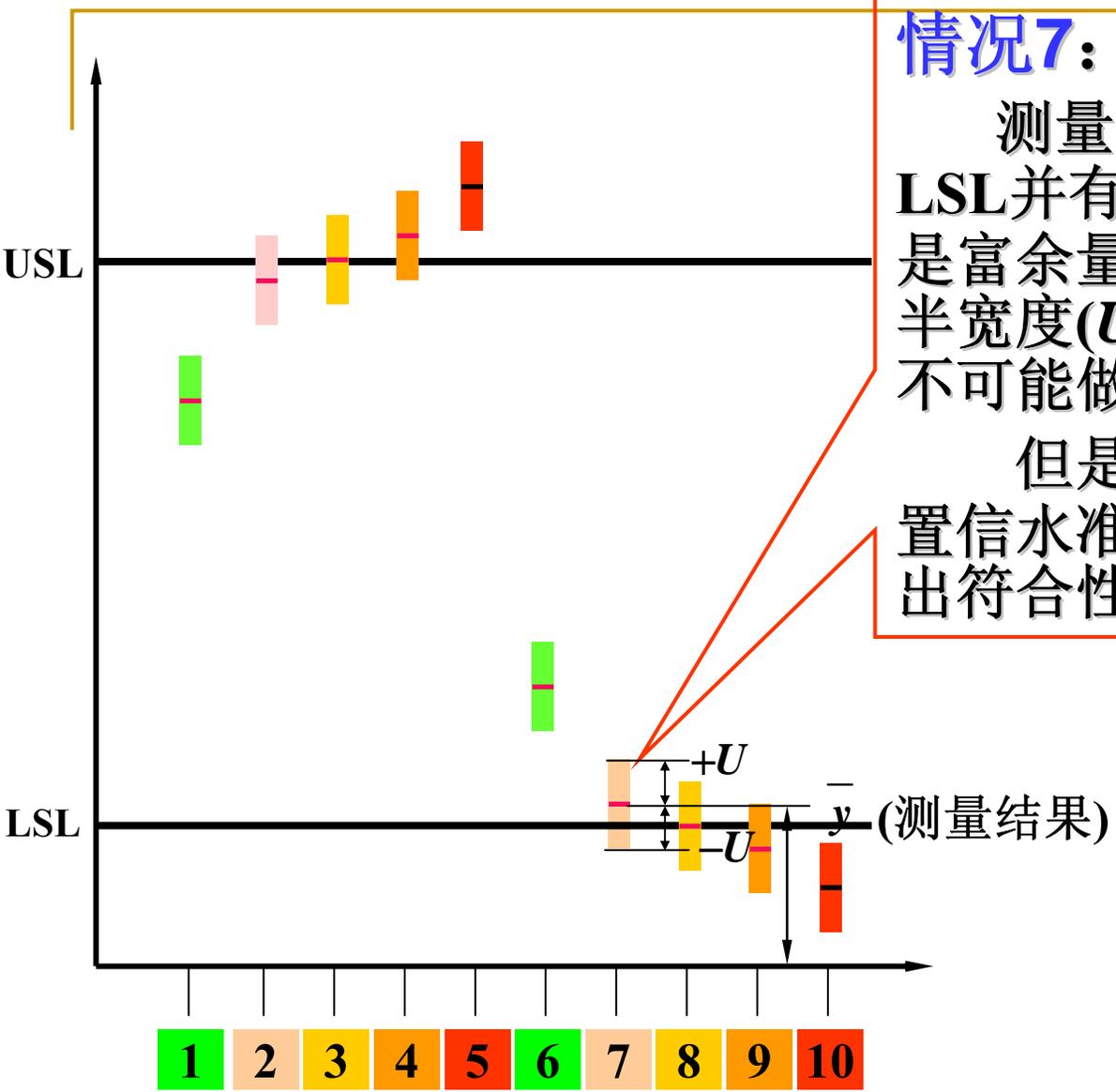


#### 情况4:

测量结果( $y$ )高于上规范限USL并有一富余量, ( $y-USL$ ), 但是富余量小于扩展不确定度区间半宽度( $U$ ), 即( $y-USL$ ) $<U$ 。因此不可能做出不符合性声明。

但是, 在可以接受低于95%置信水准的情况下, 则有可能做出不符合性声明。

与规范中规定限量符合性评价的情况4



## 情况7:

测量结果( $y$ )高于下规范限 LSL 并有一富余量( $y-LSL$ ), 但是富余量小于扩展不确定度区间半宽度( $U$ ), 即  $(y-LSL) < U$ 。因此不可能做出符合性声明。

但是, 在可以接受低于95% 置信水准的情况下, 则有可能做出符合性声明。

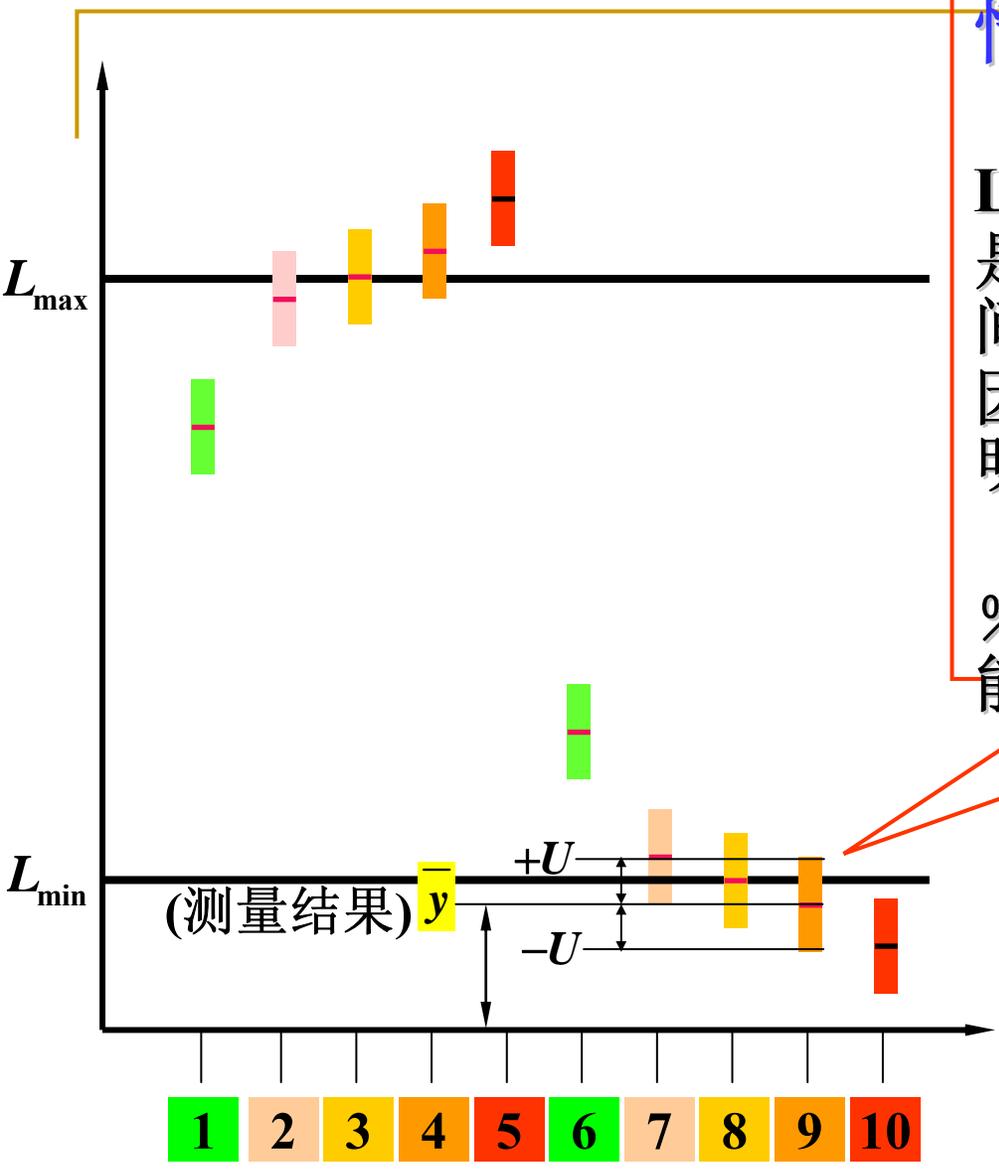
**注意, 这将增加风险!**

与规范中规定限量符合性评价的情况7

# 情况9:

测量结果(y)低于下规范限 LSL 并有一富余量(LSL-y), 但是富余量小于扩展不确定度区间半宽度(U), 即(LSL-y)<U。因此不可能做出不符合性声明。

但是, 在可以接受低于95%置信水准的情况下, 则有可能做出不符合性声明。



与规范中规定限量符合性评价的情况9

注意, 这将增加风险!

# CNAS-GL05: 2006 《测量不确定度要求的实施指南》介绍

## 3.检测 and 校准实验室不确定度评估的基本步骤

### 3.1 识别不确定度来源

### 3.2 建立测量过程的模型

### 3.3 逐项评估标准不确定度

### 3.4 合成不确定度 $U_c(y)$ 的计算

### 3.5 扩展不确定度 $U$ 的计算

### 3.6 报告结果

## 1. 目的与范围

最佳测量能力是表征校准实验室测量能力的重要参数，通常在实验室认可的校准能力范围中列出，用户可据此判断实验室是否满足其校准要求。

# 《最佳测量能力评定指南》介绍（续）

- **3.3 最佳测量能力 (best measurement capability, BMC)**: 实验室在其认可范围内, 当对接近理想的测量标准 (用于定义、实现、保存或复现某量的单位或其一个值或多个值) 进行接近常规的校准时, 可以达到的最小测量不确定度; 或当对接近理想的测量仪器 (用于测量某量) 进行接近常规的校准时, 可以达到的最小测量不确定度。

主要应用于国际实验室认可合作组织/区域认可机构 (ILAC/RAB) 框架内的实验室认可活动

## 《最佳测量能力评定指南》介绍（续）

- 用于表示认可**校准实验室**的重要技术参数之一；
- 一般在认可证书等文件中给出，这些文件在许多场合作为**认可的证据**；
- 通常在认可机构出版的**认可实验室名录**中列出作为重要信息之一。

谢谢！

欢迎讨论：

**TEL: 021-65557357; 13701816859**

**E-MAIL: [gqyan@sct.org.cn](mailto:gqyan@sct.org.cn)**

**Personal Web: [www.gqyan.com](http://www.gqyan.com)**